

Uso de la realidad aumentada para el desarrollo de habilidades matemáticas tempranas

Augmented Reality Use for Development Early Mathematical Skills

Yury Milena Forero Laverde¹

Erika Teresa Duque Bedoya²

Sara García Sanz³

Resumen

El perfeccionamiento del sentido numérico durante la primera infancia es la base sobre la que se asienta el desarrollo posterior de la cognición numérica y de las habilidades matemáticas. Esta investigación evaluó los aportes de la realidad aumentada como apoyo a la enseñanza de los conceptos matemáticos en la educación preescolar, empleando un enfoque de tipo mixto con un diseño cuasiexperimental para comprobar el desarrollo de la competencia numérica temprana en estudiantes entre 5 y 6 años en el contexto de la pandemia. La medición del rendimiento se hizo mediante la aplicación de la prueba de Evaluación de Matemática Temprana TEMA-3. Como principal resultado, se evidencia que un ambiente de aprendizaje mediado por realidad aumentada favorece el aprendizaje del concepto de número en la educación preescolar. Los resultados de las pruebas inicial y final determinan los avances en el aprendizaje del grupo en el aprendizaje de pensamiento matemático formal.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas; Educación de la primera infancia; Realidad Aumentada; Competencia matemática; Sentido numérico

Abstract

The improvement of number sense during early childhood is the basis on which supports the further development of numerical cognition and mathematical skills. Our objective was evaluating the contributions of augmented reality as a support for the teaching of mathematical concepts in preschool education. In our research, a mixed-type approach with a quasi-experimental design was used to verify the development of early numerical cognition in students between 5 and 6 years, in the pandemic context. Performance was measured by applying the Early Mathematics Assessment Test TEMA-3. As a main result, it is evident that a learning environment mediated by augmented reality favors the learning of the concept of number in preschool education. The initial and final test outputs determine the advances in the learning of formal mathematical thinking.

Keywords: Mathematics Teaching; Early Childhood Education; Augmented Reality; Mathematical competence; Number sense

Fecha de recepción: 19/09/2022 Primera evaluación: 20/10/2022 Segunda evaluación: 10/11/2022 Fecha de aceptación: 22/11/2022

Introducción⁴

El desarrollo de la competencia matemática, de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN] (2016) consiste en la disposición positiva para usar las matemáticas en una variedad de situaciones y contextos: ser matemáticamente competente se relaciona con la capacidad de reconocer conceptos, relacionarlos, organizarlos y utilizarlos, de forma eficiente y eficaz en la resolución de problemas que requieran el tratamiento de la cantidad, de la forma, de la variación y de la información. Es por ello importante desarrollarla desde los primeros años de vida, pues “apropiar el concepto de número o la competencia matemática temprana en la primera infancia favorece el desarrollo del pensamiento matemático del niño durante toda su vida académica” (Velázquez y Ruíz, 2013, p. 3).

El concepto de número o sentido numérico básico es una habilidad innata en el ser humano que le permite discriminar cantidades. Esta habilidad está presente en bebés y también en primates (Nieder, 2018). Por ejemplo, los niños recién nacidos, ya son capaces de discriminar a nivel perceptual si un número de objetos en la escena visual coincide con un número de sonidos (Izard, Sann, Spelke y Streri, 2009). Bebés de meses que han sido habituados a un número de objetos (por ejemplo 32 ítems) son capaces de distinguir y reaccionar cuando la cantidad de objetos disminuye drásticamente, por ejemplo, hasta 16 elementos (Kersey y Cantlon, 2017; Ranzini, Dehaene, Piazza y Hubbard, 2009).

El desarrollo de esta habilidad desde los primeros años y durante el preescolar es la base sobre la que se asienta la futura competencia matemática. Las evidencias convergentes de las ciencias conductuales y neurobiológicas corroboran que el desarrollo del sentido numérico durante los primeros años es la base para el fortalecimiento de las habilidades matemáticas a lo largo de la vida. Así varios autores (Schneider et al., 2017; Xenidou-Dervou, Molenaar, Ansari, Van der Schoot y van Lieshout, 2017; Vanbinst y De Smedt, 2016; Lefevre et al., 2010; De Smedt et al., 2009; Mundy y Gilmore, 2009; Halberda et al., 2008; Butterworth, 2005) muestran que el sentido numérico en edades tempranas es el principal predictor de la competencia matemática escolar. Mientras que otros estudios lo sustentan desde una perspectiva neurobiológica (Price y Wilkey, 2017; Geary y Moore, 2016; Lyons y Ansari, 2015; Kaufmann, Kucian y von Aster, 2015; De Smedt, Noël, Gilmore y Ansari, 2013).

De acuerdo con lo anterior, es posible establecer una relación entre el desarrollo del niño y su evolución en la competencia matemática, y se resalta la importancia de desarrollar el sentido numérico durante el preescolar y fortalecer la competencia matemática temprana, como un andamiaje sólido sobre el que se sustenta el desarrollo de las habilidades matemáticas futuras. La formación en los grados de preescolar debe preocuparse por “desarrollar experiencias con números para que se logre construir significativamente el concepto de número natural” (Kamii, 1985, p.15). Habilidades

como identificar las magnitudes de los números arábigos, la comprensión para resolver problemas aritméticos y la ubicación en la recta numérica dependen de la solidez con que el concepto de número se haya asimilado (Budgen y Ansari, 2011). Es relevante, por tanto, que el concepto de número se desarrolle en concordancia con los avances de la competencia matemática de los niños. De acuerdo con el Ministerio de Educación de Colombia (MEN, 2006) los niños en edad preescolar deben “reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros)” (pág. 80).

Existen dos enfoques de aprendizaje que describen el proceso de formación de la competencia matemática temprana. El primero corresponde al enfoque piagetiano y el segundo, a la teoría interaccionista. El enfoque piagetiano se basa en el desarrollo espontáneo de la lógica matemática indispensable para la adquisición y comprensión del concepto de número, en la medida que aspectos lógicos como la clasificación, la seriación, la correspondencia y la comparación, permiten desarrollar el estadio operacional de la matemática formal (Piaget, citado en Baroody, 2000). Por su parte, la teoría interaccionista que propone Van de Rijt y Van Luit (1998), se sustenta en el entrenamiento práctico, el cual postula que tanto las operaciones lógicas como el conteo, contribuyen al desarrollo del sentido de número o Competencia Matemática Temprana. Esta teoría propone ocho componentes básicos, los cuales establecen la base de las Matemáticas Tempranas, que a su vez se homologan a la estructura de la Escala de Evaluación Matemática Temprana del TEMA-3.

Teniendo en cuenta la teoría interaccionista que caracteriza la competencia matemática temprana de tal forma que el niño “realice manipulación de los objetos matemáticos, desarrolle su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento (...) se divierta con su propia actividad mental, haga transferencia a otros problemas de la ciencia y de su vida cotidiana” (Cardoso y Cereceda, 2008, p. 2), se propuso realizar esta investigación sobre el desarrollo de la competencia matemática en niños de preescolar utilizando la tecnología de la realidad aumentada (RA), ya que permite la interacción de objetos 3D a través de los teléfonos celulares y tabletas, puesto que “los entornos que utilizan una imagen de profundidad proporcionan resultados de simulación más realistas, y pueden ser más efectivos en la enseñanza de conceptos más abstractos” (Sung et al., 2019, p. 9) y la interacción con los objetos virtuales se puede efectuar de manera “natural e intuitiva, sin ningún tipo de hardware adicional que medie en la relación alumno-computadora” (Fracchia, Alonso y Martins, 2015, p. 8). El uso de esta tecnología en este estudio fue propiciado a raíz de la coyuntura del COVID-19, puesto que las condiciones de virtualidad como son el acceso a Internet y el uso de las tabletas y celulares fueron favorables y así mismo, se contó con la presencia de los padres de familia de los niños que tuvieran una alfabetización tecnológica en aplicaciones móviles y lectura de códigos QR.

El uso de la RA como desarrollo tecnológico para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes está siendo estudiado para secundaria (Martínez, Mejía, Ramírez y Rodríguez, 2021; López, Fruchs y Briones, 2019) pero en la educación preescolar, en concreto para la competencia matemática, tiene un uso incipiente. Las razones quizás se deban en gran parte a que los maestros no manejan la tecnología (Morejón, 2018), lo cual hace necesario fomentar planes de formación docentes en este tipo de tecnologías para su implementación en aulas de clase (Lin, Su, Wang y Tsai, 2015). Sin embargo, algunos autores como Awang et al. (2017), quienes usaron esta tecnología en la enseñanza de las matemáticas y el lenguaje en niños de edad preescolar con dificultades de aprendizaje, afirman que puede ser utilizada como “material didáctico atractivo para los estudiantes en el aprendizaje de los números básicos, empleando el enfoque de motivación intrínseca, el enfoque compensatorio y elementos multimedia como métodos de aprendizaje interactivo” (p. 1) y concluyeron que “las aplicaciones móviles de realidad aumentada tienen un gran potencial para ser utilizadas en la enseñanza y el aprendizaje” (p. 59). Otros autores como Buitrago-Pulido (2015) concluyen que el uso de la realidad aumentada en la enseñanza mejora la comprensión de conceptos matemáticos, debido a la interacción natural de los objetos en 3D, proporcionando resultados de forma efectiva y significativa. En este estudio, la aplicación de RA utilizada fue QUIVER (QuiverVision) ya que propicia el uso de láminas coloreables con alta interactividad, que facilitaron el diseño de actividades que propician el sentido numérico en la edad preescolar y que ayudan al desarrollo de la competencia matemática temprana.

Metodología

Se empleó un enfoque investigativo mixto con un diseño cuasiexperimental, teniendo en cuenta el reto investigativo por comprobar el desarrollo de la competencia matemática temprana en estudiantes entre 5 y 6 años. Para tal fin se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- Caracterizar la competencia matemática temprana de estudiantes de preescolar, previa y posterior a la implementación de un recurso de RA.
- Implementar actividades que contribuyan al desarrollo del sentido numérico de los estudiantes de preescolar utilizando RA.
- Determinar los efectos de la implementación de la estrategia basada en RA, en el fortalecimiento de la competencia matemática.

Participantes

Los participantes fueron siete estudiantes de preescolar con edades entre los cinco y seis años (edad promedio: 5,71 años). Puesto que se trata de menores de edad,

se tramitaron los respectivos consentimientos informados ante sus padres. Debido a la emergencia sanitaria del COVID-19, los procesos educativos se limitaron a la virtualidad y únicamente participaron estudiantes a los que la institución educativa les facilitó equipamiento tecnológico y conectividad, además de que sus acudientes tuvieran una alfabetización tecnológica apropiada. Por esa razón, el grupo poblacional se seleccionó por conveniencia.

Se plantearon tres fases para la investigación:

- Fase 1: se aplicó una prueba diagnóstica de competencia matemática para determinar los niveles iniciales de desarrollo matemático formal e informal.

- Fase 2: se diseñaron e implementaron cuatro unidades didácticas utilizando RA: dos unidades enfocadas en el desarrollo de conocimiento matemático informal (noción de igualdad) y otras dos unidades enfocadas en el desarrollo del conocimiento matemático formal (conceptos de unidad y número).

- Fase 3: se aplicó nuevamente la prueba para determinar la contribución al fortalecimiento de la competencia matemática temprana.

Instrumentos

Para el desarrollo del estudio se emplearon los siguientes instrumentos:

- a. Diario de campo: se registraron las interpretaciones y vivencias de las interacciones de los siete estudiantes.

- b. Test TEMA-3: es una prueba estandarizada utilizada en el diagnóstico de entrada y en la prueba de salida, utilizada para determinar la competencia matemática temprana (Ginsburg y Baroody, 2003). La prueba tiene una fiabilidad y validez establecida por el Consejo General de la Psicología de España y adaptado al español por Núñez del Río et al., (2010), para medir las habilidades matemáticas de niños con edades comprendidas entre los 3a:0m y 8a:11m. Se compone de 72 ítems que valoran diferentes aspectos de la competencia matemática en sus aspectos informales y formales:

La matemática informal se refiere al conjunto de habilidades matemáticas desarrolladas antes de entrar al colegio. Se apoya en el sentido numérico innato y se desarrolla gracias a la interacción con el medio físico y social, a partir de las necesidades prácticas y experiencias concretas (Ginsburg y Baroody, 2003). Los aspectos informales (actividades que no precisan el uso de símbolos escritos) tienen 41 ítems distribuidos en 4 categorías:

- Numeración: corresponde a la competencia básica que supone “el dominio de la secuencia numérica, con tareas que implican habilidades de conteo y enumeración” (Núñez del Río et al., 2010, p. 466). Se entiende que los niños pueden aprender,

sin grandes dificultades, la secuencia de los numerales; se ponen de manifiesto dificultades para comunicar pequeñas cantidades por medio del uso del patrón digital, habilidad básica para poder representar (interiorizar) la cantidad, al tiempo que facilita el acceso al cálculo mental.

- Comparación de cantidades: supone la habilidad de establecer distancias relativas entre números. Implica cierto sentido numérico. El conocimiento del “orden” de los números va ligado al reconocimiento de hacia donde los números crecen o se hacen menores. Junto a esa comprensión intuitiva, el niño va desarrollando su capacidad para establecer distancias relativas entre cantidades. Esta habilidad ha manifestado “ser tardía en el desarrollo de los alumnos con discapacidad intelectual” (Núñez del Río et al., 2010, p. 472).

- Habilidades de cálculo informal: se refiere a “aprendizajes que no se han realizado en el contexto formal de la escuela, en su lugar se adquieren a través de métodos informales, entre ellos la autoiniciación o interacción espontánea con su ambiente” (Núñez del Río et al., 2010, p. 467). En concreto, se refiere al manejo de los números en la resolución de situaciones sencillas que implican las operaciones de sumar y restar. Parte del uso de estrategias de conteo básicas para afrontar la resolución de los cálculos de forma mental (sin el uso de algoritmos de cálculo convencionales ni lápiz y papel).

- Conceptos: fases de preconteo. Inicialmente, cuando “los niños piensan en colecciones de objetos y en cómo éstas cambian, antes de que cuenten con exactitud una colección de objetos ya son capaces de elaborar nociones básicas sobre el número y las operaciones de suma y resta” (Núñez del Río et al., 2010, p. 472).

La matemática formal se refiere a las matemáticas aprendidas en el contexto escolar, donde se le enseña una variedad de habilidades numéricas y aritméticas que incluyen los símbolos escritos y las convenciones. El estudiante debe ser capaz de explicar y justificar los procedimientos que usa y aplica de forma explícita (Ginsburg y Baroody, 2003). Los aspectos formales (actividades que implican el uso de símbolos matemáticos) están compuestos por 31 ítems, divididos en cuatro categorías (Ginsburg y Baroody, 2003):

- Conocimiento de convencionalismos, escritura y lectura de números: incluye la habilidad de leer, escribir y entender numerales. El niño debe aprender que el número “2” se lee en voz alta como “dos” e inversamente que la palabra “dos” se escribe como “2”

- Hechos numéricos. Tablas de suma y resta: analiza si los niños dominan las combinaciones básicas de los números y pueden de manera rápida generar la respuesta a ejercicios de sumas, restas y multiplicación de un solo dígito.

- Habilidades de cálculo formal: mide si el niño puede justificar un procedimiento

cuando resuelve un problema. Se puede indagar por la profundidad de la comprensión conceptual del niño, cómo aplica o usa las conceptualizaciones de base-10 y de valor posicional en un cálculo con dígitos múltiples, saber lo que soporta lógica y conceptualmente el llevar y prestar.

- Conceptos de base 10: mide si el niño puede justificar por qué se da una determinada respuesta en un procedimiento y también cuando es capaz de saber cómo funcionan los algoritmos para producir una determinada respuesta.

Los resultados de la prueba están en función de las 72 respuestas correctas e incorrectas y se expresan en diferentes tipos de puntuaciones: índice de competencia matemática y percentil (puntuación estandarizada), confiabilidad y validez de la prueba TEMA-3.

- El índice de dificultad se obtiene calculando la proporción de sujetos que supera un ítem concreto en cada una de las edades. La discriminación de un ítem hace referencia al grado en que cada ítem diferencia correctamente entre los sujetos evaluados la conducta que se pretende medir y para la cual ha sido diseñada.

- El percentil se refiere particularmente a la dificultad y al poder discriminativo de cada uno de los ítems antes mencionados con relación a la edad. Los coeficientes muestran la relación de los puntajes de las habilidades matemáticas del TEMA-3 con las edades. Los índices van desde moderado (5) hasta muy alto (10); el índice de error con relación a las edades es de 0.91.

Diseño de las actividades

La aplicación de RA utilizada fue QUIVER, la cual se basa en el desarrollo de láminas coloreables prediseñadas que proyectan una imagen 3D inmersiva a través del celular, mostrando los colores que el usuario empleó en el dibujo. Se deben imprimir las láminas que se encuentran disponibles en el sitio web de QUIVER e instalar la aplicación en un dispositivo móvil que cuente con cámara y con un espacio en la memoria de 80MB. El uso educativo de las imágenes dependerá de la habilidad del mediador para integrarlas a una experiencia pedagógica. Las imágenes pueden ser integradas a contenidos curriculares y a estrategias pedagógicas diversas, en cualquier grado de la educación y en cualquier momento de la secuencia didáctica, y para ello es preciso diseñar estrategias pedagógicas que privilegien la creatividad y el aprendizaje, pero también que logren los objetivos propuestos (León, Duque y Escobar, 2018). La actividad de coloreado permite de forma directa, el fortalecimiento de la motricidad fina (Cabrera Valdés y Dupeyrón García, 2019). En este caso, la adaptación pedagógica de las imágenes permitió plantear la propuesta del desarrollo de habilidades matemáticas como conteo, secuencia, clasificación y correspondencia, necesarias para la comprensión del concepto de número y el desarrollo del sentido

numérico. A continuación, se describirán las sesiones y las actividades implementadas.

Sesión 1: CONTEO. Estas actividades desarrollan la competencia matemática informal del niño en la medida que “reconoce un objeto de una colección de forma intuitiva, desarrollando la comprensión de la relación igual y/o distinta. En cuanto a la competencia matemática formal, hace una relación simbólica referente al conteo, propio del pensamiento concreto” (Núñez del Río, 2003, p. 547). Esta sesión tiene dos momentos:

- Reconocimiento de un objeto de la colección: se utiliza una lámina que tiene una imagen con varios objetos que se van enumerando durante la labor de coloreado: dos montañas, dos grupos de nubes, tres patos, tres flores, cuatro globos, seis árboles, ocho aves volando. Una vez coloreada la lámina se proyecta en 3D y se identifican las figuras en la proyección.

- Relación simbólica frente al conteo: se utiliza otra lámina que refuerza el conteo durante el coloreado. Se le pide al estudiante que identifique y haga su propio conteo: una pelota, dos flores blancas, dos flores negras, dos grupos de nubes, tres perros, tres arboles blancos, cinco aves volando, ocho árboles negros. Al final, se utiliza la aplicación de realidad aumentada y se repite la acción de conteo en la proyección 3D.

Sesión 2: SERIACIÓN: facilita a los estudiantes el uso de procedimientos informales de seriación y para la matemática formal, ofrece un modo de anotar un procedimiento simbólico. Esta sesión tiene dos momentos:

- Diseño de seriación de colores: se utiliza una lámina que tiene un globo de aire caliente con ocho secciones verticales. En esta sesión, se proyecta la lámina antes del coloreado y se propone a los estudiantes que hagan una secuencia de dos, de tres o de cuatro colores y luego se activa en 3D en la aplicación y anima a los estudiantes a comprobar si la secuencia corresponde su plan inicial.

- Descripción de una secuencia de colores: se utiliza la otra lámina, donde se refuerza el concepto de secuencia durante el coloreado; igualmente se proyecta la imagen en blanco y se le propone al estudiante hacer secuencias de colores. Al final se proyecta en realidad aumentada el resultado de la acción y se le pide al estudiante que describa la secuencia realizada.

Este ejercicio facilita a los estudiantes el uso de procedimientos informales de seriación y para la matemática formal ofrece un modo de anotar un procedimiento simbólico, dado que permite crear un orden en el cual subyace el concepto escribir números de varias cifras (Núñez del Río, 2003).

Sesión 3: CLASIFICACIÓN: se aplica la definición de conjunto de Gelman, Meck y Merkin (1986), la cual es una ejecución de procedimientos para agrupar objetos con características semejantes, en acciones tales como reconocer los errores cuando se clasifica mal, controlar su propia ejecución en una tarea del mismo tipo y el grado

de dificultad que depende de los conjuntos que se están clasificando. Esta sesión tiene dos momentos.

- Identificación de características comunes: se utiliza una lámina ubicada en una habitación con varios objetos. Se identifican los objetos y se hace una lista de lo observado. Se proponen múltiples formas de clasificarlos: los que están dentro del mueble, los que están encima de muebles y los que están en el piso, seres vivos y seres inertes. Luego se colorean y se proyectan en realidad aumentada.

- Refuerzo de clasificación: usando otra lámina, se pide al estudiante que haga sus propias propuestas de clasificación como: los objetos que están en la isla o los que están en el mar, los que están lejos y cerca, etc. Al final de esta sesión se proyecta la imagen en 3D y se les pide a los estudiantes que describan una de las clasificaciones que hicieron.

En este ejercicio se aplica la definición de conjunto para agrupar objetos con características semejantes. Por ejemplo, en la primera lámina se identifican los objetos que están en el piso los cuales forman un conjunto; en segunda lámina se espera que el estudiante por sí mismo relacione características semejantes y clasifique conjuntos.

Sesión 4: CORRESPONDENCIA: se señala la importancia del uso de las reglas, equivalencias y uso de materiales reales para intentar que alumno pase a código escrito. Se propone modelos de correspondencia para facilitar el paso de la abstracción a la representación. Se utiliza una lámina que tiene como escenario el fondo del mar. Se identifican los elementos y se proponen correspondencias entre ellos. Luego se enseña la opción de RA de fijar la imagen en la pantalla con la cual se puede hacer un recorrido por el espacio.

Resultados

Para el análisis de resultados se han tomado los datos de la muestra normativa de baremación, correspondiente a la edad 5-6 años (N= 41); así mismo, para el análisis se tuvo en cuenta la información condensada en los diarios de campo de las cuatro sesiones. Los resultados de la prueba inicial y final se muestran a continuación.

Tabla 1. Registros de prueba inicial y final TEMA-3

		estu- dian- te 1		estu- dian- te 2		estu- dian- te 3		estu- dian- te 4		estu- dian- te 5		estu- dian- te 6		estu- dian- te 7	
Edad		6 años		5 años		6 años		6 años		5 años		6 años		6 años	
Registro de puntu- aciones	Pun- tos máx	T e s t I n	T e s t O u t	T e s t I n	T e s t O u t	T e s t I n	T e s t O u t	T e s t I n	T e s t O u t	T e s t I n	T e s t O u t	T e s t I n	T e s t O u t	T e s t I n	T e s t O u t
Puntuación directa	41	40	41	39	39	39	40	40	41	38	38	41	41	40	41
Edad Equivalente	6	5	6	5	5	5	5	5	6	5	5	6	6	5	6
Percentil	10	10	10	5	5	10	10	10	10	5	5	10	10	10	10
Índice de competencia matemática (KM)	86	85	86	84	84	84	85	85	86	83	83	86	86	85	86
Nivel de significación	100%	95%	96%	94%	94%	94%	95%	95%	96%	93%	93%	96%	96%	95%	96%
Intervalo de confianza (86)	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	+	+	-	+

Fuente: elaboración propia

Luego de implementar la aplicación QUIVER se evidenció que cuatro estudiantes que equivalen a 57% de la población intervenida aumentaron la puntuación directa del TEMA-3. Se observó que al menos tres estudiantes alcanzaron la edad matemática

correspondiente a su edad cronológica. En cuanto al percentil, que corresponde al grado de dificultad de las respuestas, se observa que dos estudiantes están en el percentil moderado, lo que quiere decir que los estudiantes realizan conteos básicos y tareas de numeración de conjuntos pequeños, mientras que los cinco restantes manifiestan habilidades para dominar, incluso mecánicamente, las técnicas avanzadas de conteo.

En cuanto al índice de competencia matemática (KM), seis estudiantes tuvieron deficiencia en su competencia matemática, y luego de la implementación, tres de esos seis estudiantes obtuvieron el nivel KM propio de su edad. Frente al nivel de significación, todos los estudiantes tienen habilidades de conteo: secuencia básica, pueden aprender sin problemas especiales la secuencia rutinaria de los números. Sin embargo, tres de estos estudiantes manifiestan grandes dificultades para comunicar cantidades pequeñas representándolas con los dedos.

En la Tabla 2 se muestran los resultados de la prueba inicial y final. Se parte de la premisa de que, al inicio de las secciones, algunos niños, con sus familias jugaban con la aplicación sin intentar asociar la RA al desarrollo de las competencias matemáticas. Dos estudiantes y sus familias no pudieron desarrollar la sesión uno y sólo se les recordó que no habían podido cumplir con todas las indicaciones dadas, sin presionarlos.

Tabla 2. Registro de prueba inicial y final TEMA-3 - Análisis estadístico.

Registro de puntuaciones	Valores máximos	Prom. Prueba Inicial	Desv Prom. Inicial	Prom. Prueba Final	Desv Prom. Final
Puntuación Directa	41	39,6	0,78	40,1	0,98
Edad Equivalente	6	5,1	0,2	5,6	0,49
Percentil	10	8,6	2,0	8,6	2,04
Índice de competencia matemática (KM)	86	84,6	0,8	85,1	0,98

Fuente: elaboración propia.

A partir de la tercera sesión, todos los niños y sus familias intentaron resolver las situaciones problema. Dar una respuesta correcta no implicó haber hecho bien el problema. A los niños y sus familias se les permite observar el trabajo de los demás. La técnica de enseñanza que se empleó fue el aprendizaje por imitación, que es la adquisición de nuevas conductas por medio de la observación y que fortalece la capacidad de identificar roles, por tanto, dentro de la educación, dicho aprendizaje se constituye como un proceso eficaz (Zurita, 2018). En la Tabla 2, el puntaje de aciertos entre la prueba inicial y final aumentó 0,5; la desviación estándar aumentó

en 0,20. Esto se debe a que tres niños en la prueba final no consiguieron realizar algunas acciones de conteo, porque no contaban la cantidad de objetos resultante de las acciones (de añadir, juntar o quitar) descritas en el TEMA-3.

En la Tabla 3 se muestran los estadísticos del pensamiento formal. El rendimiento asociado al conteo, secuencia, clasificación y correspondencia se mejora en los estudiantes a través del uso pedagógico de QUIVER, en la medida que esta aplicación usada como mediador pedagógico, permite adelantar el desarrollo de las habilidades matemáticas informales. Sin embargo, al no realizar ejercicios con QUIVER frente a los hechos numéricos y cálculos sencillos no se pudieron obtener mejorías en la prueba final. Ahora se entrará en detalle a analizar las características del pensamiento formal desarrollado, previo y posterior a la implementación de QUIVER.

Tabla 3. Perfil de pensamiento formal promedios - Análisis estadístico

Registro de puntuaciones	Puntos Máximo	Prom. Prueba Inicial	Desv. Prom. Inicial	Prom. Prueba Final	Desv. Prom. Final
Convenciones	5	4,9	0,2	4,9	0,2
Hechos numéricos	5	5,0	0,0	5,0	0,0
Cálculo	5	4,7	0,5	4,7	0,5
Conceptos	6	5,1	0,5	5,7	0,5
Máximo Total	21				

Fuente: elaboración propia.

Frente a los convencionalismos, como la lectura de signos; a los hechos numéricos, como la habilidad para realizar combinaciones; al cálculo, como la escritura de sumas sencillas, los estudiantes no mejoraron sus resultados puesto que alcanzaron el punto máximo en cada uno de estos registros en la prueba inicial. Sin embargo, el mejoramiento se evidencia en la construcción de conceptos matemáticos. De los siete estudiantes, cuatro mejoraron en la conceptualización numérica de acuerdo con su edad matemática. Lancioni et al., (1986), sugieren que esto se debe al aprestamiento de reglas espaciales u ordinales en correspondencia con la secuencia numérica (patrones). El análisis comparativo entre la prueba inicial y la final del análisis formal comprueba una mejoría en el índice de conceptos matemáticos de 0.6. Se relaciona, en gran medida, a que las cuatro sesiones facilitaron la representación de los conceptos matemáticos: conteo, seriación, clasificación y correspondencia, en forma de representación de RA. Las habilidades matemáticas relacionadas con las convenciones, los hechos numéricos y el cálculo fueron mejoradas por parte de

los estudiantes participantes. Se infiere que a través de la RA se pudo mejorar la construcción de dichos conceptos de forma efectiva y significativa (Buitrago-Pulido, 2015). En relación con la aplicación QUIVER, es necesario recordar que no tiene un objetivo pedagógico matemático formal y por tanto no incluye signos, operaciones, ni cálculos en las láminas de tal forma que pudieran ser utilizadas en el mejoramiento del pensamiento formal. Aun así, las imágenes pueden usarse para el desarrollo de la conceptualización de referentes significativos como cantidad y número.

En cuanto al pensamiento informal cuyos resultados se observan en la Tabla 4, los datos ponen de manifiesto que las habilidades informales como la numeración, la comparación, el cálculo y los conceptos van al unísono con las habilidades formales, por tanto, el rendimiento de los niños es normal a su edad matemática. Esto se debe a que los estudiantes previamente ya manejaban mentalmente las nociones de cantidad, representaciones de conjunto y algunas técnicas de conteo. En este caso QUIVER permite reforzar acciones como la secuencia rutinaria, las enumeraciones de conjuntos numerosos, la clasificación por características comunes y la correspondencia.

Tabla 4. Perfil de pensamiento informal promedios - Análisis estadístico

Registro de puntuaciones	Puntos Máximo	Prom. Prueba Inicial	Desv. Prom. Inicial	Prom. Prueba Final	Desv. Prom. Final
Numeración	5	4,86	0,24	4,86	0,24
Comparación	5	5,00	0,00	5,00	0,00
Calculo	5	5,00	0,00	5,00	0,00
Conceptos	5	4,71	0,41	4,71	0,41
Máximo total	20	19,71	0,61	19,57	0,49

Fuente: elaboración propia.

En cuanto al pensamiento formal no se evidencia variaciones entre la prueba inicial y final. Finalizadas las sesiones de RA, la desviación estándar se redujo en 0.12 puntos, lo que indica que los estudiantes del grupo nivelaron su competencia matemático formal (Ginsburg y Baroody, 2003).

Conclusiones

La implementación de una estrategia para el desarrollo del sentido numérico basada en la aplicación de RA se asocia con una mejoría en la competencia matemática de un grupo de niños de preescolar que fue evidenciada de acuerdo

con los resultados de la prueba TEMA-3. Tras la implementación, los estudiantes mostraron niveles ajustados a su edad matemática de acuerdo con los estándares establecidos en los baremos de la prueba. Esta evidencia permitió reconocer el potencial de esta tecnología en procesos de enseñanza y aprendizaje, que pueden ser aplicados en la infancia a través de diferentes metodologías (Díaz, 2017).

Asimismo, se considera que la RA favoreció el aprendizaje de pensamiento formal matemático en operaciones como conteo, seriación, clasificación y correspondencia; conceptos que se dinamizaron por medio de las láminas utilizadas de la aplicación. Se confirma lo dicho por Ozdamli y Karagozl (2018), quienes concluyen en su investigación que “la tecnología de RA ha influido positivamente en los procesos de aprendizaje y enseñanza en la educación preescolar”.

La aplicación QUIVER, como herramienta educativa es susceptible de adaptación, dentro de un ambiente de aprendizaje mediado por TIC. Las láminas seleccionadas del portafolio gratuito para esta investigación no están diseñadas con fines pedagógicos particulares, sino que requirió una interpretación de las imágenes para integrarlas al diseño instruccional de las actividades. Teniendo en cuenta los aportes comprobados en esta intervención, las láminas de RA de esta aplicación podrían servir como recursos educativos en múltiples disciplinas, tales como el lenguaje, las ciencias naturales, las ciencias sociales, entre otras, aprovechando el aporte que hace en los primeros años escolares donde se requiere fortalecer el paso del pensamiento abstracto al concreto y viceversa (Awang et al., 2017).

Reconociendo los aportes de QUIVER al desarrollo de la competencia matemática temprana, se sugiere la creación de láminas de RA que faciliten el aprendizaje de los signos convencionales matemáticos. Así que, la implementación de TIC con RA en el aula de preescolar es una posibilidad que favorece el aprendizaje y permite a los niños vivir experiencias enriquecedoras que potencian sus habilidades. En ese sentido, es necesario proveer los recursos necesarios para que se creen los contextos de aprendizaje en donde las experiencias con TIC cierren las brechas educativas que hoy priman en nuestra sociedad.

La implementación de esta investigación se realizó en una población preescolar de una escuela pública durante el tiempo de confinamiento por causa de la pandemia del Covid-19. Esto resultó siendo un desafío en términos de la integración TIC, puesto que no solo se consideró el uso de la aplicación de RA, sino que además incluyó la entrega a las familias participantes de los dispositivos electrónicos y de las láminas impresas. Adicionalmente, las familias recibieron una capacitación para el uso del dispositivo y de la aplicación. Estas condiciones adversas permiten reflexionar sobre las brechas educativas en una comunidad como la intervenida. No cabe duda de que el contacto y la manipulación de estos dispositivos y del uso de aplicaciones TIC con fines educativos inciden en la formación académica de los estudiantes.

Notas

¹ Magister en Informática Educativa (Universidad de La Sabana), Licenciada en Pedagogía Infantil (Universidad del Tolima).

² Magister en Ciencias de la Educación (Universidad San Buenaventura). Magister en Ingeniería Informática (Universidad EAFIT). Ingeniera Electrónica (Universidad Pontificia Bolivariana). Profesora del Centro de Tecnologías para la Academia, Universidad de La Sabana (Colombia).

³ Magister en Fisiología y Neurociencia (Universidad de Sevilla). Especialización en Educación (Universidad Complutense de Madrid). Bioquímica (Universidad de Córdoba). Profesora de la Facultad de Educación, Universidad de La Sabana (Colombia).

⁴ La presente investigación es un trabajo de grado de la Maestría en Informática Educativa.

Referencias

Awang, K., Shamsuddin, S. y Ismail, I. (2017). Conceptual Framework for Designing Mobile Augmented Reality in Learning Basic Numbers. *World Applied Sciences Journal*, 35(7), 1048–1053. doi:[10.5829/idosi.wasj.2017.1048.1053](https://doi.org/10.5829/idosi.wasj.2017.1048.1053)

Baroody, A. (2000). *El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor.

Buitrago-Pulido, R. D. B. (2015). Incidencia de la realidad aumentada sobre el estilo cognitivo: caso para el estudio de las matemáticas. *Educación y educadores*, 18(1), 27–41. doi:[10.5294/edu.2015.18.1.2](https://doi.org/10.5294/edu.2015.18.1.2)

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3–18. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>

Cabrera Valdés, B. y Dupeyrón García, M. (2019). El desarrollo y la estimulación de la motricidad fina en los niños y niñas del grado preescolar. *Mendive Revista de Educación*, 17(2), 222–239. Recuperado de <https://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/1499>

Cardoso Espinosa, O., Cerecedo Mercado, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(5), 1–11. doi:<https://doi.org/10.35362/rie4752270>

Cerda, G., Pérez, C., Ortega-Ruiz, R., Lleujo, M., y Sanhueza, L. (2011). Fortalecimiento de competencias matemáticas tempranas en preescolares, un estudio chileno. *Psychology, Society & Education*, 3(1), 23–39. doi:<https://doi.org/10.25115/psye.v3i1.550>

De Smedt, B., Verschaffel, L., y Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 469–479. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.01.010>

De Smedt, B., Noël, M.-P. P., Gilmore, C., y Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48–55. doi:<https://doi.org/10.1016/J.TINE.2013.06.001>

Díaz, V. M. (2017). La realidad aumentada en la esfera educativa del alumnado de grado de

- educación infantil. Estudio de caso. *Revista Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (51), 7–20. doi: <http://dx.doi.org/10.12795/pixelbit.2017.i51.01>
- Fracchia, C. C., Alonso de Armijo, A. C., y Martins, A. (2015). Realidad Aumentada aplicada a la enseñanza de Ciencias Naturales. *Revista TE & ET*, 16, 7–15. Recuperado de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-99592015000200002&lng=es&tlng=en.
- Geary, D. C., y Moore, A. M. (2016). Cognitive and brain systems underlying early mathematical development. En M. Cappelletti y W. Fias (Ed.), *Mathematical Brain Across the Lifespan* (pp. 75–103). Elsevier. doi:<https://doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.03.008>
- Gelman, R., Meck, E., y Merkin, S. (1986). Young children's numerical competence. *Cognitive development*, 1(1), 1–29. doi: [https://doi.org/10.1016/S0885-2014\(86\)80021-1](https://doi.org/10.1016/S0885-2014(86)80021-1)
- Ginsburg, H. P., y Baroody, A. J. (2003). TEMA-3: Test of Early Mathematics Ability. Pro-ed.
- Halberda, J., Mazocco, M. M. M., y Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455(7213), 665–668. doi:<https://doi.org/10.1038/nature07246>
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(25), 10382–10385. doi:<https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106>
- Kamii, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Visor.
- Kaufmann, L., Kucian, K., y von Aster, M. (2015). Development of the numerical brain. In R. C. Kadosh y A. Dowker (Eds.), *The Oxford handbook of numerical cognition* (485–501). Oxford University Press. doi:<https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.008>
- Kersey, A. J., y Cantlon, J. F. (2017). Neural tuning to numerosity relates to perceptual tuning in 3–6-year-old children. *Journal of Neuroscience*, 37(3), 512–522. doi:<https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.0065-16.2016>
- Lancioni, G. E., y Smeets, P. M. (1986). Procedures and parameters of errorless discrimination training with developmentally impaired individuals. En: N. R. Ellis y N.W. Bray (Ed), *International review of research in mental retardation* (pp. 135–164). Elsevier. doi:[https://doi.org/10.1016/S0074-7750\(08\)60077-4](https://doi.org/10.1016/S0074-7750(08)60077-4)
- Lefevre, J. A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., y Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance. *Child Development*, 81(6), 1753–1767. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x>
- León Díaz, F., Duque Bedoya, E., y Escobar Ibarra, P. (2018). Estrategias de formulación de preguntas de calidad mediadas por realidad aumentada para el fortalecimiento del pensamiento científico. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(78), 791-815. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662018000300791&lng=es&tlng=es
- Lin, H. C. K., Su, S. H., Wang, S. T., y Tsai, S. C. (2015). Influence of cognitive style and cooperative learning on application of augmented reality to natural science learning. *International Journal of Technology and Human Interaction (IJTHI)*, 11(4), 41-66. doi: [10.4018/IJTHI.2015100103](https://doi.org/10.4018/IJTHI.2015100103)

López Hernández, F. J., Fuchs Gómez, O. L., y Briones Cortés, R. (2019). Realidad aumentada y Matemáticas: propuesta de mediación para la comprensión de la función. *Revista Campus Virtuales*, 8(2), 63–72. Recuperado de <http://uajournals.com/ojs/index.php/campusvirtuales/article/view/500>

Lyons, I. M., y Ansari, D. (2015). Foundations of Children's Numerical and Mathematical Skills: The Roles of Symbolic and Nonsymbolic Representations of Numerical Magnitude. *Advances in Child Development and Behavior*, 48, 93–116. doi:<https://doi.org/10.1016/bs.acdb.2014.11.003>

Martínez, O., Mejía, E., Ramírez, W., y Rodríguez, T. (2021). Incidencia de la realidad aumentada en los procesos de aprendizaje de las funciones matemáticas. *Información Tecnológica*, 32(3), 3–14. doi:<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642021000300003>

Ministerio de Educación Nacional (2016). Fundamentación en matemáticas. Recuperado de <https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/fundamentacionmatematicas.pdf>

Morejón Sánchez, J. F. (2018). La realidad aumentada y la didáctica educativa. (Trabajo de tesis de Maestría). Universidad Técnica de Ambato. Ambato. Recuperado de <https://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/28916>

Mundy, E., y Gilmore, C. K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 490–502. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.02.003>

Nieder, A. (2018). Evolution of cognitive and neural solutions enabling numerosity judgements: Lessons from primates and corvids. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 373, 1–12. doi: <https://doi.org/10.1098/rstb.2016.0514>

Núñez del Río, C., De Castro Hernández, C., Del Pozo Galeote, A., Mendoza Ortigosa, C. y Pastor Llamas, C. (2010). *Inicio de una investigación de diseño sobre el desarrollo de competencias numéricas con niños de 4 años*. En Investigación en Educación Matemática XIV. SEIEM (pp. 463-474). Recuperado de <https://eprints.ucm.es/id/eprint/12784/>

Ozdamli, F., y Karagozlu, D. (2018). Preschool teachers' opinions on the use of augmented reality application in preschool science education. *Croatian Journal of Education*, 20(1), 43–74. doi:<https://doi.org/10.15516/cje.v20i1.2626>

Price, G. R., y Wilkey, E. D. (2017). Cognitive mechanisms underlying the relation between nonsymbolic and symbolic magnitude processing and their relation to math. *Cognitive Development*, 44, 139–149. doi:<https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2017.09.003>

QuiverVision. (2020). Quiver-3D Coloring App (6.4) [Aplicación móvil]. Google Play. <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.puteko.colarmix>

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., y De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science*, 20(3), e12372. doi:<https://doi.org/10.1111/desc.12372>

Sung N-J, Ma J, Choi Y-J, Hong M. (2019). Real-Time Augmented Reality Physics Simulator for Education. *Applied Sciences*, 9(19), 1–12. doi:<http://dx.doi.org/10.3390/app9194019>

Velázquez, A., y Ruiz, J. (noviembre, 2013). Enseñanza del concepto de número o competencia

matemática temprana con TIC. En Y. Morales y A. Ramirez (Ed.), *Memorias I CEMACYC* (pp. 1-13). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4300/>

Van De Rijt, B. y Van Luit, J. (1998). Effectiveness of the Additional Early Mathematics program for teaching children early mathematics. *Instructional Science*, 26 (5), 337-358. Recuperado de <https://link.springer.com/content/pdf/10.1023/A:1003180411209.pdf>

Vanbinst, K., y De Smedt, B. (2016). Individual differences in children's mathematics achievement: The roles of symbolic numerical magnitude processing and domain-general cognitive functions. En M. Cappelletti y W. Fias (Eds.), *Mathematical Brain Across the Lifespan* (pp. 105–130). Elsevier B.V. doi:<https://doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.04.001>

Xenidou-Dervou, I., Molenaar, D., Ansari, D., van der Schoot, M., y van Lieshout, E. C. D. M. (2017). Nonsymbolic and symbolic magnitude comparison skills as longitudinal predictors of mathematical achievement. *Learning and Instruction*, 50, 1–13. doi:<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.11.001>

Zurita Rovalino, M. E. (2018). *El aprendizaje por imitación y la identificación de roles en los niños y niñas de la Unidad Educativa Madre Gertrudis del cantón Cevallos provincia del Tungurahua* (Trabajo de pregrado). Universidad Técnica de Ambato. Ambato. Recuperado de <https://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/28650>