

Aritmética y combinatoria: Su aporte en la enseñanza de la Matemática

María Susana Vecino(1), María I. Oliver(2), Guillermo Valdez(3)

Resumen

La Aritmética y la Combinatoria son un importante aporte conceptual y metodológico en la formación de profesores y una fuente inagotable de material didáctico.

La Aritmética es una ciencia cotidiana capaz de atraer a cualquier persona desafiando su curiosidad, más allá de su formación matemática.

La Combinatoria conduce al desafío de resolver problemas aparentemente parecidos pero esencialmente diferentes, lo que conlleva a plantearse distintas estrategias para su resolución.

Los futuros docentes de Matemática deben desarrollar su competencia profesional por medio de la investigación, del conocimiento básico de la profesión y de sus propias experiencias. Como formadores de futuros profesores, entendemos que es nuestra responsabilidad prepararlos para aprender de su propia práctica, de sus alumnos, de los materiales curriculares, de sus compañeros, de sus docentes y de otros miembros de la comunidad educativa.

Atendiendo a estas cuestiones se

Summary

Arithmetic and Combinatorics are an important contribution for teacher training and an inexhaustible source of didactic material. While Arithmetic is an everyday science, capable of attracting anyone's curiosity beyond education math. Combinatorics presents the challenge of solving apparently similar but essentially different problems considering diverse strategies on their resolution. The future teachers of Mathematics must develop their professional competences through research, basic knowledge and their own experiences. As trainers of future teachers, it is our responsibility to prepare them to learn from their own practice, from their students, from their classmates, from their teachers and from the educational community itself. Attending to these questions, we agreed to reissue the optional subject "Teaching the resolution of Arithmetic and Combinatorial problems" through the educational workshop modality.

In this paper we describe achievements

consensuó en la reedición de la asignatura optativa “Resolución de problemas de Aritmética y Combinatoria, su enseñanza”, mediante la modalidad de Taller.

En este trabajo se describen logros y dificultades sobre los problemas tratados y opiniones de los estudiantes acerca de esta experiencia.

Palabras clave: Resolución de problemas; Aritmética; Combinatoria; Formación de Profesores; Taller

and difficulties of the problem treated and student’s opinion of the experience.

Keywords: Problem resolution; Arithmetic; Combinatorial; Teacher Training; Workshop

Fecha de Recepción: 08/11/2018
Primera Evaluación: 17/11/2018
Segunda Evaluación: 02/12/2018
Fecha de Aceptación: 11/12/2018

Introducción

Este trabajo describe el diseño y la implementación de la asignatura optativa “*Resolución de problemas de Aritmética y Combinatoria, su Enseñanza*” dirigida a alumnos del Profesorado de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP. En consecuencia, tanto en el diseño como en la implementación de la misma, se prestó principal atención a ensamblar la formación matemática con la formación didáctica de los alumnos cursantes, futuros profesores.

Fundamentación

“Resolviendo problemas que parecen difíciles, el alumno aprende a perseverar pese a los fracasos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a hacer un llamado a toda su fuerza de concentración” (Polya, 1981: 81).

Los diseños curriculares de la Educación Secundaria incluyen la resolución de problemas en todos los contenidos propuestos. Aún cuando no se sepa cómo abordar un problema o no se llegue a resolverlo, el intento, el esfuerzo y hasta los errores cometidos en los intentos, dejarán frutos de gran valor en la formación matemática de quien enfrente el desafío de resolverlo.

A pesar de su fama de difícil y misteriosa, la Teoría de Números es tan valiosa en cuanto a experimentación de la imaginación como fundamental en el entrenamiento matemático para todo nivel educativo. Asimismo, la resolución de problemas de Aritmética es un excelente

recurso para mejorar la enseñanza de la Matemática.

La Combinatoria no requiere de grandes conocimientos matemáticos más que sumar y multiplicar. Ella presenta el desafío de resolver problemas aparentemente parecidos pero esencialmente diferentes, que conducen a la búsqueda de distintas estrategias de resolución. En los problemas combinatorios aparece la función ordenadora del pensamiento matemático, la necesidad de abstraer, generalizar y desarrollar métodos y estrategias innovadoras para resolverlos. Pero más allá de lo específicamente matemático, su rol más importante, es la contribución al aprendizaje de la lectura comprensiva y la precisión en la forma de expresarse para comprender el verdadero alcance de los enunciados, lo que resalta la importancia del uso de las palabras.

La historia de la Matemática tiene el rol fundamental de mostrar a las matemáticas como una ciencia cambiante, en permanente desarrollo que resuelve los problemas de su tiempo. Un saber desarrollado por personas brillantes que resolvieron problemas importantes desde muy jóvenes, en algunos casos, a la edad de un estudiante de secundaria, como Galois, por ejemplo. Es un importante auxiliar en el momento de enmarcar temporalmente y espacialmente las grandes ideas, los problemas y su motivación, de ubicar los problemas abiertos en cada época y su evolución en el tiempo y de relacionar la matemática

con otras ciencias y con el arte, interacción de la que han surgido tradicionalmente significativas ideas.

Contexto

Los alumnos del profesorado de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP, futuros docentes, deberían desarrollar su competencia profesional por medio de la investigación, del conocimiento básico de la profesión y de sus propias experiencias. Por lo tanto, es nuestra responsabilidad prepararlos para aprender de su propia práctica, de sus alumnos, de los materiales curriculares, de sus compañeros, de sus docentes y de otros miembros de la comunidad educativa. El actual plan de estudios del Profesorado de Matemática, que

mostramos abreviado en el siguiente cuadro, está implementado de modo que la mayoría de las asignaturas son cursadas en común con la Licenciatura en Matemática, por lo que el mismo fue confeccionado con una visión muy especializada en lo disciplinar.

Esta situación por un lado garantiza una muy buena formación matemática del futuro profesor y por otro deja en un segundo plano y subordinados muchos aspectos concernientes exclusivamente al Profesorado, provocando falencias en éste. Algunas de ellas, muy evidentes como por ejemplo que las materias del ciclo de formación docente recién comiencen una vez que se han transitado los dos primeros años de la Carrera y que las prácticas docentes comiencen en cuarto año. En consecuencia, un alumno de tercer año

Año	Asignaturas					
1	Cálculo I	Algebra Lineal I	Lógica	Cálculo II	Introducción al Algebra	
2	Calculo III	Algebra Lineal II	Física I	Probabilidades y Estadística	Psicología del Aprendizaje	Geometría
3	Geometría Diferencial I	Métodos Numéricos I	Modelización	Teoría de la Educación	Variable Compleja	Didáctica de la Matemática
4	Prácticas Docentes I de Matemática	Prácticas Docentes II de Matemática	Fundamentos de la Matemática	Política, Organización y Gestión Educativa		
Optativa I, Optativa II y Optativa III						

Tabla 1: Plan de estudios del profesorado en matemática 2014 (abreviado)

del profesorado está tan acostumbrado a acercarse formalmente a los objetos matemáticos, que es casi “normal” que desestime la importancia de la base empírica, incluyendo el conocimiento intuitivo e informal acerca de los objetos reales del mundo.

Hasta tanto entre en vigencia la modificación del plan de estudios propuesta por la CUCEN (Consejo Universitario de Ciencias Exactas y Naturales) para la acreditación de los Profesorados Universitarios en Matemática, las razones expuestas hacen imperioso generar espacios de acercamiento a las futuras prácticas docentes, no contemplados actualmente, en los que se favorezca, entre otros aspectos, la posibilidad de llevar a cabo la idea del Dr. Santaló (1993) en cuanto a que:

- El futuro profesor debe pensar continuamente en la posibilidad de adaptar a la enseñanza media sus conocimientos, adquiridos con un nivel superior y con mayor amplitud e intensidad en la Universidad.

- Los profesores tienden a enseñar como ellos fueron enseñados, por lo que recomienda no dejar el aprendizaje de la metodología para los cursos de didáctica especial, sino que en todas las materias de su carrera se aplique la metodología que los futuros profesores deberán aplicar en ejercicio de su profesión.

Como docentes del profesorado de Matemática a cargo del dictado de asignaturas tanto de formación disciplinar (Álgebra, Análisis Matemático,

Geometría...) como del área Enseñanza de la Matemática (Didáctica, Prácticas docentes...) y como integrantes del Proyecto de Investigación “*Las organizaciones matemáticas y las organizaciones didácticas en profesores de Matemática formados y en formación. Descripción, análisis y propuestas*” nos planteamos la necesidad de acercar lo antes posible a nuestros alumnos, futuros docentes, a experiencias que los vinculen a su futura actividad profesional, generando un ámbito que les proporcione una matemática rigurosa, profunda y actual sin descuidar la que deben conocer como futuros profesores de enseñanza secundaria.

Por los motivos expuestos y revisando la oferta de asignaturas optativas del plan de estudios del Profesorado en Matemática, se consensuó en la reedición de la asignatura “*Resolución de problemas de Aritmética y Combinatoria. Su enseñanza*”, que solo tenía establecidos los contenidos mínimos y que hacía varios años que no se dictaba.

Contenidos Mínimos de la asignatura: Estrategias para la resolución de problemas de Aritmética: Divisibilidad. Algoritmo de Euclides. Funciones Aritméticas. Congruencias. Ecuaciones de Congruencia. Ecuaciones Diofantinas. Desarrollos de Números Enteros en distintas bases. Desarrollos de Números Reales en distintas bases. Fracciones Continuas. Estrategias para la resolución de problemas de Combinatoria. Elaborar

propuestas para llevar al aula en los distintos cursos de nivel medio, adaptando los temas a los bloques de los contenidos básicos comunes.

A partir de los contenidos mínimos se diseñó el programa de la asignatura:

Unidad I

Divisibilidad en \mathbb{Z} . Algoritmo de División en \mathbb{Z} . Máximo Común Divisor. Algoritmo de Euclides para hallar el máximo común divisor. Mínimo común múltiplo. Teorema Fundamental de la Aritmética (TFA). Ecuaciones diofantinas. Criterios de divisibilidad. Desarrollos de Números Reales en distintas bases-Fracciones Continuas. Aspectos históricos. Ubicación en los diseños curriculares.

Unidad II

Congruencia módulo n . Aritmética en Elementos inversibles en Pequeño Teorema de Fermat. Teorema de Wilson. Ecuaciones Lineales de Congruencia. Sistemas de Ecuaciones Lineales de Congruencia. Teorema chino del resto. Aspectos históricos. Ubicación en los diseños curriculares.

Unidad III

Análisis combinatorio simple y con repetición. Variaciones, combinaciones y permutaciones simples y con repetición. Definiciones y fórmulas correspondientes. Permutaciones con grupos de elementos iguales. Número combinatorio. Definición y propiedades. Triángulo de Tartaglia (o de Pascal). Fórmula del Binomio de Newton. Su demostración por inducción. Aspectos

históricos. Ubicación en los diseños curriculares.

Requisitos

De acuerdo con las correlativas exigidas, puede ser cursada por los estudiantes del Profesorado en Matemática a partir del segundo año de su carrera.

En esa etapa de sus estudios, los estudiantes han cursado las asignaturas disciplinares Álgebra Lineal I, Cálculo I y II, Lógica e Introducción al Álgebra. Esta última tiene como contenidos mínimos: Números reales. Números naturales. Principio de inducción, principio de buena ordenación. Números enteros. Algoritmo de Euclides. Teorema fundamental de la aritmética. Congruencias, enteros módulo n . Números racionales. Estructuras.

Modalidad

Se utilizó la dinámica de *seminario-taller*. La construcción del conocimiento se realizó a través de la resolución de problemas.

Teniendo en cuenta que los alumnos han tenido una fuerte formación en los temas de Aritmética que involucra esta asignatura y que los temas de Combinatoria que se abordaron no requieren de conocimientos matemáticos previos, más allá de las cuatro operaciones básicas, se procuró un espacio para experimentar, descubrir, crear, conjeturar, establecer propiedades, demostrarlas deductivamente, construir síntesis teóricas, contrastarlas con los conocimientos adquiridos anteriormente, enlazando y profundizando su formación disciplinar. En la primera parte de la

materia, para el tratamiento de cada tema de Aritmética, se presentó un problema disparador, muchos de ellos extraídos del Archivo de problemas de las Olimpíadas Matemáticas OMA y Ñandú, y una secuencia de problemas y actividades con la intención de que los estudiantes abordaran los conceptos que se pretendían trabajar, como también, las relaciones y propiedades más importantes. En las sesiones se trabajó, tal como sugiere Schöenfeld (1985), en forma individual o en pequeños grupos de discusión, realizando exposiciones donde los estudiantes mostraron sus producciones.

En la segunda parte, se distribuyeron los temas de Combinatoria por grupos que tuvieron la tarea de preparar el tema asignado para exponerlo ante sus pares que oficiaron como alumnos. Estas actividades apuntaron a que los estudiantes desarrollaran e incorporaran habilidades, reflexionaran sobre las estrategias utilizadas, logrando un aprendizaje significativo y vinculando sus conocimientos académicos disciplinares con su futura labor docente. Los expositores tuvieron libertad de proponer actividades tales como juegos, videos, etc. Las intervenciones del docente a cargo tuvieron lugar para organizar el trabajo, aclarar dudas, realizar sugerencias, guiar discusiones, sintetizar los resultados obtenidos o los necesarios para poder avanzar. En ningún caso el docente fue protagonista del saber, ni centro exclusivo de las actividades.

En los encuentros se promovieron el desarrollo de la intuición, los procedimientos

heurísticos y la perspectiva analítica deductiva a través de problemas.

Por otro lado, según Miguel de Guzmán (1992), la historia de la Matemática es un importante auxiliar en el momento de enmarcar temporalmente y espacialmente las grandes ideas, los problemas y su motivación, de ubicar los problemas abiertos en cada época y su evolución en el tiempo y de relacionar la matemática con otras ciencias y con el arte, interacción de la que han surgido tradicionalmente significativas ideas. En este contexto, como trabajo final, se pidió a los estudiantes que, organizados en grupos, seleccionaran un tema entre algunos propuestos por el docente, elaboraran un trabajo contemplando aspectos históricos del tema abordado, diseñaran actividades para ser desarrolladas por estudiantes de nivel secundario y generaran material didáctico.

Los temas abordados por los diferentes grupos fueron:

- Criptografía
- Azar y probabilidad
- Números primos
- Aritmética: mcd, mcm, números amigos, gemelos...
- Ecuación lineal de congruencia
- Desarrollos s-ádicos

Cada grupo tuvo asignado el tiempo correspondiente a una clase, dos horas, para exponer su trabajo frente a sus compañeros, que

tomaron el rol de estudiantes de nivel secundario. Todos los grupos tuvieron la libertad de elegir las actividades que consideraran adecuadas al momento de planificar su clase.

Se evidenció un gran entusiasmo y una nutrida variedad de ideas, se usaron filminas, se organizaron juegos, se trabajó con material concreto y se presentaron guías de actividades muy ingeniosas.

Entre las actividades propuestas mencionamos algunas como:

- **Grupo 1:** Confeccionó un Juego: “El Bingo Matemático”, cuyas bolillas son números en distintas bases, es decir que el que canta los números dice, por ejemplo 444 en base 8.

El participante debe resolver esta cuenta para saber si su cartón contiene el número sorteado.

Tabla 2: Ejemplo de cartón

BINGO			
4542	4555	282	1667
11223			9303
1333	102	13540	4AE

Algunas de las bolillas cantadas favorables a este cartón son, por ejemplo:

951 en base 8 que corresponde a $1667 = 1 \cdot 8^3 + 6 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8 + 7$

1002 en base 9 que corresponde

a 1333

444 en base 13 que corresponde a 282

- **Grupo 2:** Organizó una búsqueda del tesoro. Para encontrarlo, los participantes debían descifrar un mensaje utilizando una palabra clave:

Descifrar el siguiente mensaje: QRLPVANKDOVN utilizando la clave ENIGMA

Según el sistema de Julio César, que había sido trabajado previamente, asignando un número natural a cada letra de nuestro alfabeto y uno al espacio en blanco, según la siguiente tabla, en la que (-) simboliza el espacio en blanco (Tabla 3).

Solución: El tesoro estaba en la mesa de la profesora

Observación: Los sistemas de numeración en distintas bases, no están detallados puntualmente en el currículum de Enseñanza Media, pero resultan muy enriquecedores a la hora de enseñar el sistema de numeración decimal y la descomposición en potencias de 10 de un

número natural. El tema se puede vincular con los distintos sistemas de numeración utilizados en la antigüedad y analizar el por qué de la elección del actual, destacar el sistema de numeración binario muy utilizado en programación, en fin, es una herramienta muy rica para el docente y sus alumnos.

La criptografía, es una aplicación muy

Tabla 3: Sistema criptográfico

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	-			
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26			

Tabla 4: Mensaje

Mensaje cifrado	Q	R	-	G	L	P	V	A	N	K	D	O	V	N
	16	17	26	6	11	15	21	0	13	10	3	14	21	13
clave	E	N	I	G	M	A	E	N	I	G	M	A	E	N
	4	13	8	6	12	0	4	13	8	6	12	0	4	13
Resta módulo 27	12	4	18	0	26	15	17	14	5	4	18	14	17	0
Texto llano	M	E	S	A	-	P	R	O	F	E	S	O	R	A

atractiva del tema divisibilidad. Si bien en ella se utiliza congruencia módulo n , este es un tema que se puede trabajar en clase sin necesidad de llamarlo así, sino hablando de los restos en la división por n . Además, en el caso $n=12$, se puede mencionar la “aritmética del reloj” y para $n=7$ la “aritmética de la semana”, que resultarán amenos y familiares para los alumnos.

- **Grupo 3:** Este grupo eligió el tema “máximo común divisor”, recreando el planteo de Euclides en el libro VII de los Elementos:

En el libro VII de los Elementos de Euclides (330 a.C. - 275 a.C.) aparece explícitamente el algoritmo de la división y la obtención del máximo común divisor a partir del mismo. Allí describe un método para hallar la mayor medida común posible de dos segmentos

conmensurables, de acuerdo a la época tal método se explica en términos geométricos:

En la siguiente ilustración (que realizaron mediante una presentación animada, en la que los segmentos iban apareciendo durante la explicación) vemos la idea de Euclides (Ilustración 1).

Como actividad para la clase, llevaron varillas de diferentes tamaños y organizaron la búsqueda del máximo común divisor aplicando la idea de Euclides.

Tanto estos temas como los otros del programa de esta asignatura optativa fueron tratados en todos los casos, considerando su adaptación a la enseñanza secundaria.

Los estudiantes opinan:

Al culminar la cursada de la materia,

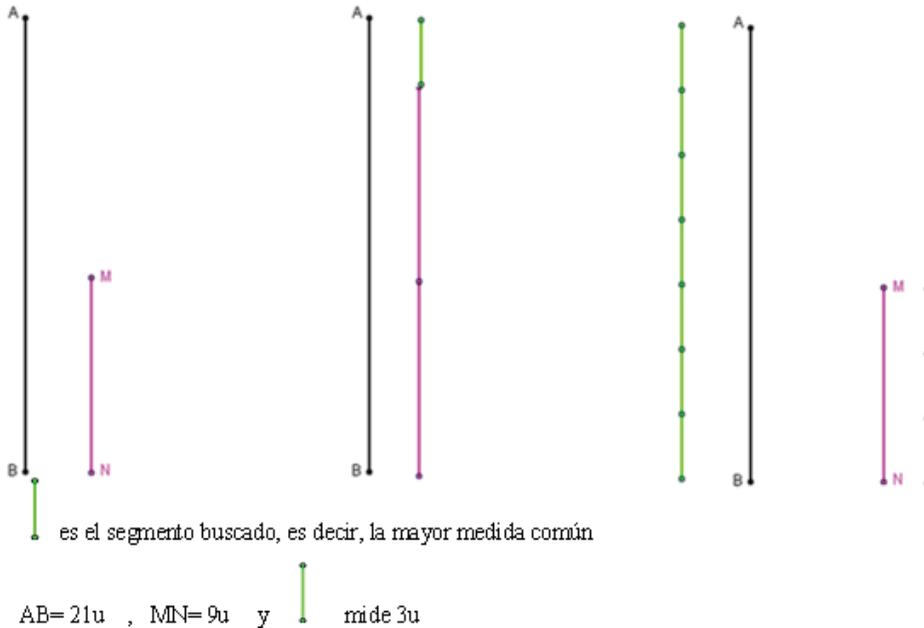


Ilustración 1: El algoritmo de la división, la idea de Euclides

el docente pidió a los alumnos que escribieran su opinión acerca de la experiencia en el transcurso de los encuentros, expresando tanto los aspectos positivos como los negativos y aquello que les resultara interesante destacar:

A1 “Con respecto a la segunda parte de la materia, considero que fue muy positiva e interesante. Las clases y exposiciones de los distintos grupos nos permitieron crecer y nos brindaron una gran cantidad de material didáctico que podremos utilizar en el futuro próximo. Se notó una gran evolución de la primera clase a la exposición final

de parte de todos los grupos. [...]

A2 [...] “Bajo mi criterio, me resultó más entretenida la segunda parte de la materia, ya que, al realizar las exposiciones, buscar información y adentrarse en el tema en cuestión, se asemejaba a la práctica docente, salvando las distancias. Pero también entiendo, que la primera parte era necesaria para poder refrescar los temas que luego íbamos a utilizar. [...]

A3 [...] “la última parte de la materia me pareció muy positiva: se encararon los temas de otra manera poniendo en juego nuestra creatividad e ingenio. Los contenidos eran muy interesantes y muy poco tratados en la carrera. Además,

al presenciar las presentaciones de nuestros compañeros nos nutrimos de ideas y de experiencias. En cuarto y último lugar, la materia permitió el trabajo grupal y generó espacios de críticas, ya sean positivas o negativas, tan necesarias para nuestra formación.” [...]

A4 [...] “Disfruté mucho tanto la primer parte de la materia como la segunda. Creo que tuvo el equilibrio justo entre la parte teórica y resolución de guías y la parte de producción y exposición nuestra. Otro aspecto que me resultó interesante fue el de tratar de adaptar todos los temas abordados para poder ser dados en la secundaria que es donde la mayoría de nosotros vamos a comenzar dando clases.

Lo único que podría ver como negativo fue la cantidad de alumnos que éramos, creo que algunas actividades las podríamos haber aprovechado más siendo menos y teniendo más tiempo para cada grupo. Igualmente entiendo que no es algo de se pueda manejar si son muchos los que se anotan a la cursada. [...]

A5 [...] “Negativo: Hubo algunas actividades como simular clases personales que estuvieron limitadas por la gran cantidad de estudiantes que cursaban la materia.

Interesante: Me resulto interesante preparar clase grupal porque estimula el cambio de opiniones y a consensuar entre las distintas concepciones de enseñanza que tiene cada integrante del grupo.

Positivo: Se generó un ambiente de clase muy saludable y de completa retroalimentación en cuanto a conceptos, concepciones de enseñanza y recursos didácticos. Otro aspecto importante a destacar es la variedad de actividades que surgieron de los diferentes grupos. Y por ultimo rescato como muy positivo el acercamiento de alguno de nosotros al hecho de presentar una clase. [...]

A6 “La verdad que la materia me gustó mucho y la recomendaría a quien quiera hacerla, no solo porque no es muy compleja en temas y tiene poca carga horaria, sino que también es muy entretenida e interesante y ayuda a los que nunca preparamos una clase o pasamos al frente a exponer un tema.”

Conclusiones

El dictado de esta asignatura dejó varios aspectos positivos al propiciar una participación activa de los estudiantes en la construcción de su conocimiento y al proponer experiencias significativas que fortalecen la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética y la combinatoria.

Desde la mirada del docente a cargo de la asignatura, se destaca el entusiasmo, la dedicación y el esfuerzo de los alumnos en la elaboración del material expuesto y el cumplimiento en tiempo y forma de las entregas. Asimismo se pudo apreciar cómo valoraron el trabajo en equipos, el retomar temas vistos formalmente para reelaborarlos y adaptarlos a la enseñanza secundaria. Durante la segunda etapa de la asignatura, los estudiantes profundizaron el objeto de estudio y reflexionaron sobre

su futuro rol docente.

Como docentes de la asignatura Prácticas Docentes I, hemos tenido la oportunidad de observar que, en general, los alumnos que cursaron esta materia optativa se diferenciaron en las simulaciones de clase de los que no lo hicieron, en aspectos como secuenciación de contenidos, utilización de estrategias, empleo de diferentes recursos didácticos.

De la lectura de las opiniones surge que la mayoría de los estudiantes valoran positivamente esta metodología de trabajo.

Notas

(1) Profesora en Matemática y Especialista en Investigación Educativa. Universidad Nacional de Mar del Plata – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Profesora adjunta del Dpto. de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP e integrante del Grupo de Investigación “Investigación Educativa”. Ha dictado numerosos cursos de capacitación para docentes de nivel secundario y superior. susana@mdp.edu.ar

(2) Profesora en Matemática. Universidad Nacional de Mar del Plata – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Profesora adjunta del Dpto. de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP e integrante del Grupo de Investigación “Investigación Educativa”. Ha dictado numerosos cursos de capacitación para docentes de nivel secundario y superior. moliver@mdp.edu.ar

(3) Profesor en Matemática y Especialista en Investigación Educativa. Universidad Nacional de Mar del Plata – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Profesora adjunta del Dpto. de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP e integrante del Grupo de Investigación “Investigación Educativa”. Ha dictado numerosos cursos de capacitación para docentes de nivel secundario y superior. gvaldez@mdp.edu.ar

Bibliografía

ALVAREZ, E.; OLIVER, M.I.; VECINO, S. (2001). Los Números. Su Representación en distintas bases. Mar del Plata: Ediciones Suarez

ALVAREZ, E.; OLIVER, M.I.; VECINO, S. (2012). Temas de Álgebra. Primera parte: R,N,Z,Q. Buenos Aires: Red Olímpica

ALVAREZ, E.; OLIVER, M.I.; VECINO, S. (2015). Temas de Álgebra. Mar del Plata: EUDEM
BECKER, M.; PIETROCOLA, N. SANCHEZ, C. (1996). Notas de Combinatoria. Buenos Aires: Red Olímpica.

BECKER, M.; PIETROCOLA, N. SANCHEZ, C. (2001). Aritmética. Buenos Aires: Red Olímpica.
CIN. Anexo IV. Resolución 856/13. Propuesta de Estándares para la acreditación de las carreras de Profesorado Universitario en Matemática.

DE GUZMÁN, M. (1992). Tendencias innovadoras en Educación Matemática. Bs. As.: Talleres Gráficos EDIPUBLI S.A.

DGCyE. (2012) Diseño Curricular para la Educación Secundaria. La Plata: DGCyE. Recuperado en 10 de noviembre de 2013, de http://servicios2.abc.gov.ar/recursoseducativos/editorial/catalogodepublicaciones/disenio_curricular.html

N.C.T.M. (2004). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: S.A.E.M. THALES.

POLYA, G. (1981) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving* (combined edition). New York: Wiley

POLYA, G. (1981). *Como plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

REY PASTOR, J. Y BABINI, J. (2000). *Historia de la Matemática*, vol 2. Barcelona: Gedisa

SANTALÓ, L.(1993). *La Geometría en la formación de profesores*, Bs. As.: Red. Olímpica

SCHÖENFELD, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.