

# CONTENIDOS LINGÜÍSTICOS Y MATEMÁTICOS DE LOS TRATADOS DIDÁCTICOS (SIGLOS XIII-XV)

## LINGUISTIC AND MATHEMATICAL CONTENTS OF DIDACTIC TREATISES (XIII<sup>TH</sup>-XV<sup>TH</sup> CENTURIES)

Josué Villa Prieto<sup>♦</sup>

*Università degli Studi di Roma Tor Vergata*

[josuevillaprieto@gmail.com](mailto:josuevillaprieto@gmail.com)

Fecha de recepción: 17/07/2015

Fecha de aprobación: 22/09/2015

### Resumen

Este trabajo profundiza en el estudio de la enseñanza universitaria durante la Edad Media a partir de la lectura atenta y detenida de los tratados empleados para la práctica docente. Estas obras pueden dividirse en dos grupos: textos de la Antigüedad (Aristóteles, Euclides, Catón, Cicerón, Nicómaco, Quintiliano, Donato, Prisciano...) y nuevas composiciones didácticas del Medievo (Alexandre de Villedieu, Uguccione da Pisa, Giovanni da Genova, Pedro Hispano, Robert Grosseteste, Thomas Bradwardine, Guarino da Verona, Lorenzo Valla, Juan de Pastrana, Rodolfo Agricola, Fernando de Manzanares, Angelo Poliziano, Antonio de Nebrija...). De la comparación resultante se ofrece una descripción explicativa sobre los contenidos integrados en cada una de las siguientes disciplinas: Gramática, Lógica, Retórica, Aritmética y Geometría.

### Palabras clave

Tratados didácticos - Enseñanza medieval - Humanismo - Gramática - Matemáticas - Antonio de Nebrija.

### Abstract

In the present work we intended to delve into the study of university education in the Middle Ages through a careful and detailed reading of the treatises used for the teaching. These works can be divided into two groups: texts from the Antiquity (Aristotle, Euclid, Caton, Cicero, Nicomachus, Quintilianus, Donato, Priscian...) and new didactic compositions of the Middle Ages (Alexandre de Villedieu, Uguccione da Pisa, Giovanni da Genova, Pedro Hispano, Robert Grosseteste, Thomas Bradwardine, Guarino da Verona, Lorenzo Valla, Juan de Pastrana, Rodolfo Agricola, Fernando de

---

<sup>♦</sup> Università degli Studi di Roma Tor Vergata (Italia). Este estudio cuenta con el apoyo de una ayuda postdoctoral Clarín-COFUND Marie Curie del Principado de Asturias (España) y de la Comisión Europea.

Manzanares, Angelo Poliziano, Antonio de Nebrija...). After comparing the treatises, we analyze their content about the following disciplines: Grammar, Logic, Rhetoric, Arithmetic and Geometry.

**Keywords**

Didactic treatises – Medieval teaching resources – Humanism – Grammar – Mathematics – Antonio de Nebrija.

“Los padres no pueden procurar para sus hijos ni una riqueza mayor, ni un patrimonio más seguro que una educación en las Artes Liberales”.

Pier Paolo Vergerio.<sup>1</sup>

## Introducción

El objeto de este trabajo es contribuir al estudio de la historia de la educación medieval a través del análisis de los tratados empleados como herramientas docentes durante dicho periodo. La sabiduría impartida en los *studia* medievales se cataloga en dos saberes básicos: el *Trivium* y el *Quadrivium* (*Artes*). En la configuración de este criterio destacan las doctrinas de Platón (a través de la teoría de las ideas expuesta en los diálogos *Parménides* o *Fedón*), Pitágoras (sienta las bases de la Geometría y Aritmética), Aristóteles (en su *Organon* diferencia entre ciencias teoréticas —estudio de las realidades contemplativas— y prácticas —disciplinas finalistas—), Varrón (en su *Disciplinarum libri IX* distingue entre Gramática, Lógica, Retórica, Geometría, Aritmética, Música, Astronomía, Arquitectura y Medicina), Porfirio (consolida la taxonomía anterior en *Introductio in praedicamento*), san Agustín (considera la Teología la disciplina superior de la Filosofía) y finalmente, en los siglos V y VI, Marciano Capella y Casiodoro. El primero en *De nuptiis Philologiae et Mercurii* y el segundo en *De septem disciplinis* organizan las enseñanzas universales en torno al *Trivium* (Gramática, Retórica y Dialéctica) y *Quadrivium* (Aritmética, Geometría, Música y Astronomía); estas siete disciplinas —explica el tratadista del siglo XIII Egidio Romano— son conocidas como *Artes Liberales* “porque los hijos de los libres e de los nobles las deven aprender, porque sean por ellas ennoblescidos; son las sciencias que deven aprender los hijos de los nobles e mayormente los hijos de los reyes e de los príncipes”<sup>2</sup>.

Esta clasificación es transmitida posteriormente por san Isidoro, san Braulio, Beda, Rabano Mauro, Avicena y Hugo de San Víctor (1096-1141); este último contribuye definitivamente a su popularización en las escuelas capitulares urbanas gracias al *Didascalicon*. Durante el siglo XIII, centuria de esplendor de la escolástica, continúan teorizando sobre las ramas del conocimiento san Buenaventura, Ramón Llull, Egidio Romano, Roger Bacon... y, de igual modo, durante el humanismo bajomedieval, Leonardo Bruni, Angelo Poliziano, Giovanni Pico della Mirandola, Paolo Vergerio, Guarino da Verona o Vittorino da Feltre.<sup>3</sup> En el siglo XV, los tratadistas castellanos que escriben al respecto son

---

<sup>1</sup> Vid. Eugenio GARIN, *La educación en Europa (1400-1600)*, Barcelona, 1987, p. 111.

<sup>2</sup> Glosa a “*De regimine principum*” de Egidio Romano, p. 473, Juan BENEYTO PÉREZ (ed.), Madrid, 2005. Vid. Rosa SAN SEGUNDO MANUEL, *Sistemas de organización del conocimiento*, Madrid, 1996, pp. 25-68; Fernando ARELLANO, “Los estudios lingüísticos en la Edad Media”, en *ibidem* (Coord.): *Historia de la Lingüística*, I, Caracas, 1979, pp. 73-114; y Pio RAJNA: “Le denominazioni *Trivium* e *Quadrivium*”, *Studio medievali*, 1 (1928), pp. 10-35.

<sup>3</sup> Vid. GARIN, op. cit., p. 124.

Alfonso de la Torre (*Visión deleitable de Filosofía*, 1440), Lope de Barrientos (*Clavis sapientiae*, 1460), Rodrigo Sánchez de Arévalo (*Speculum vitae humanae*, 1468) y Alfonso de Toledo (*Inventionario*, 1474).

El pensamiento de estos autores considera la Teología como la ciencia suprema. Para su conocimiento se precisa la formación inicial en Filosofía o Artes, constituida por las siete materias integradas en el *Trivium* y *Quadrivium*. Su enseñanza debe llevarse a cabo por doctores expertos en la materia. El papa Alejandro III promulga al respecto en el III Concilio de Letrán (1179) que en cada escuela capitular, génesis de las universidades, “deberá existir un beneficio suficiente que se asignará a un maestro, el cual se encargará de la enseñanza gratuita de esta iglesia y de los escolares pobres [...]; no se podrá negar para enseñar a quien lo solicite, si es reconocido capaz de este requisito”<sup>4</sup>. Inocencio III continúa decretando en el IV Concilio de Letrán (1215) sobre la disposición en cada diócesis de un maestro especialista en Gramática (*magister latininitatis*) y otro en Teología (*magister Theologicae*), siendo sus funciones coordinadas por el maestrescuela (*magister scholarum*), encargado, también, de conceder la *licentia docendi* o título para ejercer el magisterio, según definen *Las Partidas*:<sup>5</sup>

“Maestrescuela tanto quiere decir como maestro et proveedor de las escuelas; et pertenesce á su oficio de dar maestros en la elesia que muestren á los mozos leer et cantar, et él debe emendar los libros en que leyeren en la elesia, et otrosi al que leyere en el coro quando errare. Et otrosi á su oficio pertenesce de estar delante quando probaren los escolares en las cibdades do son los estudios, si son tan letrados que merezcan ser otorgados por maestros de Gramática, ó de Lógica ó de alguno de los otros saberes; et á los que entendiere que lo merescen puédeles otorgar que lean asi como maestros”.

Durante el siglo XIII, las escuelas catedráticas de Bolonia (1088), Oxford (1167), París (1215) y Salamanca (1254) de desarrollan paulatinamente hasta convertirse en universidades (*Studia Generalia*), una institución caracterizada por una plantilla docente organizada e instruida, un plan de estudios preciso, unos estatutos propios y el apoyo decisivo del papado y la monarquía.<sup>6</sup> En lo que se refiere al contenido de materias

---

<sup>4</sup> *Lateranense III*, 18. Vid. José María SOTO RÁBANOS, “Las escuelas urbanas y el renacimiento del siglo XIII”, en José Ignacio DE LA IGLESIA DUARTE (Coord.), *La enseñanza en la Edad Media*, Logroño, 2000, pp. 207-242, concretamente p. 223, n. 25; y Francisco Javier FERNÁNDEZ CONDE, *La religiosidad medieval – en España. Plena Edad Media (siglos XI-XIII)*, Gijón, 2000, p. 236 y s. Ordenanzas similares en Partida I, título XVII, leyes 10-11.

<sup>5</sup> Partida I, título VI, ley 7.

<sup>6</sup> La Universidad se define en la Partida II título XXXI; las materias a enseñar en la ley 3. Vid. Bernabé BARTOLOMÉ MARTÍNEZ, “La actividad educadora, directa e institucional: las universidades medievales, los primeros colegios universitarios”, en su *Historia de la acción educadora de la Iglesia en España*, I, Madrid, 1995, pp. 326-373. Para el desarrollo universitario medieval vid. Girolamo ARNALDI, *Le origini dell'Università*, Bolonia, 1974; Zofia KOZŁOWSKA-BUDKOWA, *Les Universités européennes du XIVe au XVIIIe siècle*, Ginebra, 1967; Hastings RASDALL, *Universities of Europe in the Middle Age*, 3 vols., Oxford, 1966; o Heinrich DENIFLE, *Die Entstehung der Universitäten des Mittelalters bis 1400*, Berlín, 1885. Para el caso ibérico vid. Santiago AGUADÉ NIETO (Coord.), *Universidad, cultura y sociedad en la Edad Media*, Madrid, 1994; y

propiamente dicho, resulta de gran interés el manual *Ars et doctrina studendi et docendi* (1453) de Alfonso de Benavente (muerto en 1478), profesor en Salamanca durante prácticamente toda su vida.<sup>7</sup> En él expone cuáles son los objetivos que deben conseguirse al final de cada uno de los cuatro años que dura la enseñanza del *Trivium* y del *Quadrivium*:

- A la conclusión del primer curso, el estudiante debe saber leer y escribir de acuerdo con las normas ortográficas y gramaticales,<sup>8</sup> así como saber solucionar problemas terminológicos y matemáticos con la ayuda del profesor.
- En el segundo, el alumno debe saber encontrar las respuestas por sí mismo, desarrollándose así su capacidad reflexiva y discursiva.
- En el tercer año se insiste en el estudio de las definiciones y se procede al de las glosas.
- En el cuarto se profundiza en aquellas cuestiones más problemáticas y de arduo entendimiento; además, al poseer una base sólida de conocimientos, es el momento adecuado para participar en debates y disputas con otros compañeros, valorándose así la Oratoria como parte final de la experiencia académica básica.

El maestro salmantino especifica, también, cuáles son las lecturas que deben acompañar a cada una de las lecciones ofrecidas por los maestros. Platón, Aristóteles, Dionisio Areopagita, Boecio o san Agustín conforman el elenco de textos adecuados para el aprendizaje de las ciencias del *Trivium*. Las primeras lecciones para el conocimiento de la gramática latina son los *Dicta Cathonis*, *Dicta sapientum*, *Mimi Publiliani*, *Isocratis Paraenesis*, *Christiani militis Institutum* de Erasmo o *Vafre dicta philosophorum*, colección de sentencias de autores diversos como Diógenes Laercio.<sup>9</sup> Introducidos ya en las formalidades del lenguaje, se procede a la lectura del *Ars Grammatica* de Donato y la *Institutio de arte Grammatica* de Prisciano antes de pasar al estudio concreto y profundo de la *Summa grammaticalis* o *Catholicon* de Giovanni da Genova, el *Graecismus* de Évrard de Béthune, el *Doctrinale* de Alexandre de Villedieu y de las *Introductiones latinae* de Nebrija.<sup>10</sup> En la biblioteca bajomedieval de Salamanca se encuentran ediciones de todos estos libros además de otros como Cicerón, Ovidio, Quintiliano, Séneca, Juvenal, Prudencio, Justino, Porfirio, Sedulio y Juvenco.<sup>11</sup> En cuanto al griego, el manual empleado es *De litteris graecis*, compuesto

---

Miguel Anxo PENA GONZÁLEZ y Luis Enrique RODRÍGUEZ-SAN PEDRO BEZARES (Coords.), *La Universidad de Salamanca y el Pontificado en la Edad Media*, Salamanca, 2014.

<sup>7</sup> *Ars et doctrina studendi et docendi*, p. 50 y s. Ed. Bernardo ALONSO RODRÍGUEZ, Salamanca, 1972.

<sup>8</sup> *Ibidem*, pp. 52-54.

<sup>9</sup> Vid. Carmen CODOÑER MERINO, "Las humanidades en latín", en Luis Enrique RODRÍGUEZ-SAN PEDRO BEZARES, *Historia de la Universidad de Salamanca*, III.2, Salamanca, 2006, pp. 723-756, concretamente p. 738.

<sup>10</sup> Vid. *Ars et doctrina...*, pp. 84-100. Un estudio sobre el *Catholicon* en Carmen CODOÑER MERINO, "Léxico y gramática en la Edad Media", *Voces*, 8 (1997), pp. 97-120.

<sup>11</sup> Vid. CODOÑER MERINO, "Las humanidades en latín", *op. cit.*, pp. 745 y ss.

por Nebrija en 1507, una prueba del carácter secundario de la lengua griega en la formación humanista peninsular.

Para formarse en Retórica se recurre a Cicerón, Quintiliano, Areopagita, Pseudo Dioniso, san Agustín, Boecio, Marciano Capella y Prisciano; igualmente, se documenta la presencia de libros de Plauto, Terencio, Séneca y Marcial destinados a este fin. En cuanto a la Lógica, destaca Aristóteles y sobre todo las *Summulae logicales* de Pedro Hispano.<sup>12</sup> Durante la primera mitad del siglo XVI, para obtener el título de licenciado en *Artes* en el *Studium* de Alcalá de Henares se debe superar, tras tres años de formación lingüística, cuatro de formación filosófica. El primer curso está dedicado a la Dialéctica, siendo las *Sumulae* de Pedro Hispano el manual de cabecera. El segundo a la Lógica a través de los *Predicamentos* de Aristóteles, los *Predicables* de Porfirio y varios libros más como el *Perihermencias*, *Analítica prioria* y *Analítica posteriora*. El tercero a la Física, denominada también Filosofía Natural, con Aristóteles como lectura fundamental. El cuarto y último a la Metafísica, siendo los manuales básicos Aristóteles y los comentarios del franciscano inglés y docente en París Juan Peckham (1220-1292)<sup>13</sup>.

El número de los manuales del *Quadrivium* es menor en comparación con los del *Trivium*. En Geometría se estudia *Los elementos* de Euclides (ca. 325-265 a.C.), muy interesante porque enseña a los alumnos a combinar el razonamiento deductivo con las aplicaciones matemáticas (teoremas)<sup>14</sup>. La obra de Nicómaco (60-120), otro griego clásico que aglutina las enseñanzas algebraicas y trigonométricas de Pitágoras y Aristóteles, es empleada como manual en Aritmética. Más textos recurrentes son *Arithmetica speculativa* y *Geometria speculativa* de Thomas Bradwardine (1290-1349) y, más tardíamente, *Aritmética práctica y especulativa* (1562) del bachiller Juan Pérez de Moya (1513-1597).

La lectura atenta de las lecciones que integran los capítulos de cada uno de estos manuales permite reconstruir los temarios docentes empleados por los profesores de *Artes*, como se expone a continuación.

---

<sup>12</sup> Vid. *Ars et doctrina...*, p. 54.

<sup>13</sup> Para estos datos, vid. CODOÑER MERINO, "Las humanidades en latín", op. cit.; y José Luis FUERTES HERREROS, "Lógica y Filosofía, siglos XIII-XVI", en RODRÍGUEZ-SAN PEDRO BEZARES, op. cit., III.1, pp. 491-586.

<sup>14</sup> Vid. José BABINI, *Historia de la Matemática: de la Antigüedad a la Baja Edad Media*, Barcelona, 1984; y Menso FOLKERTS, *The development of mathematics in medieval Europe: the Arabs, Euclid, Regiomontanus*, Aldershot, 2006.

## 1. Gramática latina y romanceada. La “nova ratio” nebrijense

En el prólogo a la *Gramática castellana*, Nebrija define la Gramática como el “arte de las letras”<sup>15</sup>. Cuando Juan García de Castrojeriz glosa la sección dedicada a las *Artes Liberales* del regimiento de Egidio Romano concluye que la Gramática “fue fallada porque no errásemos en la lengua ni en la palabra”<sup>16</sup>. Así pues, las habilidades integradas en ella conducen a hablar y escribir correctamente en lengua latina y, desde finales del siglo XV, también en romance.<sup>17</sup> Ello permite acceder al mundo de la cultura en todas sus dimensiones: posibilita conocer los escritos de los antiguos romanos, los tratados de los Padres cristianos y favorecer el contacto con los eruditos del resto del continente; además, desde el punto de vista académico, sin haber superado el primer curso de Gramática latina no se puede acceder al resto de enseñanzas. Explica Egidio que “el latín es el lenguaje común de todos los sabios [...] así como ninguno puede bien hablar el lenguaje de los legos si no cuando lo aprende de su mocedad, así no pueden bien hablar el lenguaje de los filósofos, que es el latín, si no cuando lo aprenden de pequenno”<sup>18</sup>.

“Gramática es hablar y escribir correctamente; y por eso se elige para que haya un lenguaje común entre las gentes que, por lejanía de sus tierras y comunicaciones, difieren en el lenguaje [...] La Gramática es puerta por donde hay que pasar para conocer las demás ciencias”<sup>19</sup>.

“La Gramática es el arte que demuestra las letras, las sílabas y las dicciones, de las cuales se compone la escritura, que es espejo del razonar, y el razonar del entender, y el entender de la elección de las virtudes, que son camino de la eterna bienaventuranza”<sup>20</sup>.

Ramón Llull, autor de la primera sentencia anteriormente citada, vuelve a referirse a la Gramática en su *Ars brevis* (1308) como el “arte de encontrar la manera correcta de hablar y de escribir”. Es interesante el empleo del verbo “encontrar”, pues denota la aplicación de métodos y técnicas para la persecución de un fin concreto, y no simplemente un acopio de contenidos teóricos.

A finales del siglo XIII se introducen las primeras novedades en los manuales gramaticales, hasta entonces fieles a las *Institutiones* de Prisciano. El primero de ellos es el *Verbiginale* del italiano Petrus Palentinus, a su vez inspirado en las *Derivationes magna* del

<sup>15</sup> *Gramática castellana*, p. 13. Ed. Madrid, 2011.

<sup>16</sup> *Glosa castellana...*, p. 473.

<sup>17</sup> Vid. Carmen LOZANO: “Sobre el concepto de Gramática en el Renacimiento”, *Humanistica Lovaniensia*, 41 (1992), pp. 86-103.

<sup>18</sup> *Glosa castellana...*, p. 469.

<sup>19</sup> *Doctrina pueril*, p. 280. Ed. Miguel BATLLORI, Barcelona, 1981, pp. 265-308.

<sup>20</sup> *Visión deleitable de la Filosofía*, p. 14. Ed. Jorge GARCÍA LÓPEZ, Salamanca, 1991.

lingüista Ugucione da Pisa (muerto en 1210)<sup>21</sup>. El segundo es el *Prosodion* (1280) del franciscano Juan Gil de Zamora (1240-1320); al formarse este autor en la escuela de san Buenaventura en París entra en contacto con gramáticos de origen italiano y francés, reflejándose esta influencia en su obra. Consta de tres partes claramente diferenciadas: ortografía, acentuación y puntuación; añade, además, un glosario terminológico compuesto a partir de las *Etymologiae* de san Isidoro, el *Elementarium* de Papías (siglo XI), la *Summa super Priscianum* de Pedro Elías (siglo XII), *Derivationes* de Ugucione da Pisa, el *Graecismus* de Évrard de Béthune y el *Doctrinale* de Alexandre de Villedieu.<sup>22</sup> La tercera gran novedad de la centuria es la *Summa grammaticalis* o *Catholicon* de Giovanni da Genova (1286), principal fuente de inspiración durante el Trecento.

En el incipiente humanismo italiano, Dante (1265-1321), Petrarca (1304-1374) y Boccaccio (1313-1375) disertan sobre la lengua escrita, esbozan críticas filológicas, litigian sobre la defensa del latín clásico frente al “barbarizado”, elaboran lecciones de Gramática, lexicones... Igualmente el aretino Poggio Bracciolini (1380-1459) salta a la fama por la compilación de manuscritos en lo que considera “latín canónico”, enfrentándose por cuestiones de método con Leonardo Bruni (1370-1444) y Lorenzo Valla (1406-1457), célebre por la crítica filológica que muestra *Declamazione contro la donazione di Constantino* (1440) y compositor de uno de los primeros manuales de Gramática latina que reposa sobre una base científica, *De elegantia linguae latinae*.<sup>23</sup> No obstante, la primera apología didáctica de la gramática clásica es *De ingenuis moribus et liberalibus adolescentiae studiis* (1400) de Paolo Vergerio (1370-1444), donde sostiene que la nobleza gubernamental debe saber hablar y escribir perfectamente en latín y griego. Comparten este juicio, también, el papa Pío II (Eneas Silvio Piccolomini, 1405-1464) en *De liberorum educatione* (1450) y su consejero Maffeo Vegio da Lodi (1407-1458) en *De educatione liberorum et eorum claris moribus* (1444).

El fundador de la escuela de Gramática de Ferrara, Guarino da Verona (1374-1460) compone el manual más sobresaliente sobre lengua latina (*Regulae grammaticales*, 1418) por integrar en él las principales aportaciones de los estudiosos sobre la materia desde Prisciano a Giovanni da Genova, tomando como modelo teórico a Manuel Crisoloras; en él

<sup>21</sup> Vid. Estrella PÉREZ RODRÍGUEZ, *El “Verbiginale”, una gramática castellana del siglo XIII*, Valladolid, 1993; y “Un tratado de Gramática dedicado a Tello Téllez de Meneses”, en VV. AA., *Actas del I Congreso de Historia de Palencia*, IV, Palencia, 1987, pp. 71-78.

<sup>22</sup> Vid. Luis ALONSO, “‘El *Prosodion*’ de Juan Gil de Zamora: tradición y novedad”, en Hans Josef. NIEDEREHE y Antonio QUILIS MORALES (Coords.), *The History of Linguistics in Spain*, Amsterdam, 1986, pp. 1-20.

<sup>23</sup> Vid. Davide CANFORA, “La topica del *principe* e l’uso umanistico delle fonti in Poggio Bracciolini”, *Humanistica lovaniensia*, 45 (1996), pp. 1-92.

estudia la sílaba, los sustantivos, los adjetivos y la flexión verbal previamente a la construcción de oraciones.

Otros gramáticos relevantes son Giovanni Tortelli (1400-1466), que contrapone el latín y el griego en *De ortographia*; el multifacético Leon Battista Alberti (1404-1472), a quien se le atribuye una *Grammatica della lingua toscana*; Cristoforo Landino (1425-1498), Pomponio Leto (1428-1497), Niccolo Perotti (1429-1480), Marsilio Ficino (1433-1499) o Antonio Mancinelli (1452-1505)<sup>24</sup>.

En la península ibérica, la labor llevada a cabo por la Escuela de Traductores hace de Toledo la sede capitular de las letras hispanas hasta que el *Studium* salmantino logra el favor pontifical. La tradición transcriptor en Castilla significa la existencia de un método de traducción eficaz, y en cierto modo reglado, aun a pesar de la ausencia de manuales sobre el *ars interpretatio litteris* de lenguas tan diversas como el hebreo, el griego, el latín, el árabe y el romance. El procedimiento de trabajo llevado a cabo en Toledo es denominado por D'Alverny "traducción con dos intérprete" y por D. Romano "traducción a cuatro manos"; J. Sangrador lo describe de la siguiente manera:<sup>25</sup>

"Partamos del hecho de que los equipos de traductores los formasen, como todo parece indicarlo, dos personas, un judío conocedor del árabe y el romance y un castellano que, además de su lengua, podía redactar perfectamente cualquier texto en latín. La lengua común entre ellos era el castellano, al que se vertería el texto árabe original mediante versión oral. Esto supone un complejo sistema de transmisión textual que se componía al menos de las siguientes fases: 1) De la lectura en árabe del primer traductor este da una versión oral explícita en castellano; 2) Dicha versión oral es recogida por el segundo traductor, quien debe desarrollar, a partir del nuevo texto, una traducción implícita desde el castellano hasta el latín; y 3) El segundo traductor plasma, por escrito, una traducción explícita del texto en latín".

Este procedimiento no está libre de errores, siendo los más frecuentes la adición (*adiectio*), la omisión (*delectatio*), la alteración del orden (*transmutatio*) y la substitución de palabras (*inmutatio*), en su mayoría cometidos en la fase de oralidad o dictado. Esta metodología se explicita en el prólogo de Avendauth al libro *De anima* de Avicena, donde explica que él mismo ha traducido el texto oralmente del árabe al romance ("me singula

---

<sup>24</sup> Vid. Eustaquio SÁNCHEZ SALOR, *De las "elegancias" a las "causas" de la lengua: Retórica y Gramática del humanismo*, Madrid, 2002; Kristian JENSEN, "La reforma humanística de la lengua latina y de su enseñanza", en Jill KRAYE (Coord.), *Introducción al humanismo renacentista*, Madrid, 1998, pp. 93-114; Robert BLACK, "The curriculum of Italian elementary and grammar schools, 1350-1500", en Donald KELLEY y Richard POPKIN, *The shapes of knowledge*, Dordrecht, 1991, pp. 137-163; Paolo BAGNI, "Grammatica e Retorica nella cultura medievale", *Rhetorica*, 2 (1984), pp. 167-281; y Francisco MARCOS MARÍN, "Observaciones sobre la gramática en la Edad Media occidental", en VV. AA., *Serta philologica. F. Lázaro Carreter: natalem diem sexagesimum celebranti dicata*, I, Madrid, 1983, pp. 343-353.

<sup>25</sup> José SANGRADOR GIL, "La Escuela de Traductores de Toledo durante la Edad Media", en Miguel Hernando DE LARRAMENDI y Gonzalo FERNÁNDEZ PARRILLA (Coords.), *Pensamiento y circulación de las ideas en el Mediterráneo: el papel de la traducción*, Cuenca, 1997, pp. 45-73, concretamente p. 63. Vid. Serafín VEGAS GONZÁLEZ, *La Escuela de Traductores de Toledo en la Historia del Pensamiento*, Toledo, 1998, p. 28.

verba vulgariter proferente”) y que el arcediano Domingo, por escrito, ha retraducido sus palabras al latín (“et Dominico archidiacono singula in latinum convertente”)<sup>26</sup>.

Ya en la Baja Edad Media, el sevillano Antonio de Nebrija (1441-1522) eclipsa a los restantes gramáticos hispanos hasta el advenimiento de Luis Vives (1492-1540) como principal maestro de lengua y traducción.<sup>27</sup> Algunos lingüistas importantes son el barcelonés Bartolomé Mates (*Libellus pro condendis orationibus iuxta Grammatica leges*), Andrés Gutiérrez de Cerezo (*Brevis Grammatica*, 1485), Daniel Sisón (*Perutile grammaticale compendium*, 1490), o Fernando Nepote y Juan de Pastrana, que a diferencia de Nebrija, insisten en la *dictio* y la *etymologia* frente a la sintaxis en su *Compendium grammaticale*.<sup>28</sup>

¿Qué contenidos abarca la Gramática? Ramón Llull responde “si quieres aprender Gramática, te conviene saber tres cosas: construcción, declinación y vocabulario”<sup>29</sup>. Por su parte, los latinistas del siglo XV responden al unísono a través de las *Institutiones* de Quintiliano: “las dos partes de la Gramática se reducen á enseñar á hablar, y á la explicación de los autores; la primera llaman metódica, la segunda histórica”<sup>30</sup>. Nebrija detalla los objetivos de ambas partes de la Gramática:<sup>31</sup>

- Gramática metódica: preceptos y reglas de la lengua hablada y escrita (corrección, claridad y elegancia). A su vez se diferencian cuatro grupos de conocimiento:
  - o Ortografía, “la sciencia de bien y derechamente escribir”.
  - o Prosodia, “arte para alçar y abaxar cada una delas silabas, delas diciones o partes dela oración”.
  - o Etimología, que estudia la “verdad de las palabras”.
  - o Sintaxis, que “ordena entre sí las palabras y partes dela oración”.
- Gramática histórica: poesía y prosa (Literatura). Mediante lecturas canónicas de Terencio, Virgilio, Horacio, Ovidio, Valerio Máximo, Séneca, Juvenal... se enriquece el conocimiento y se practica la teoría metódica.

<sup>26</sup> Vid. José Vicente NICLÓS ALBARRACÍN, *Tres culturas, tres religiones. Convivencia y diálogo entre judíos, cristianos y musulmanes en la Península Ibérica*, Salamanca, 2001, p. 136 y n. 43.

<sup>27</sup> Vid. Antonio MARTÍNEZ GONZÁLEZ, “Cultura, enseñanza y Gramática en la Edad Media española”, en Antonio Manuel GONZÁLEZ CARRILLO (Coord.), *“Post tenebras spero lucem”. Los estudios gramaticales en la España medieval y renacentista*, Granada, 2010, pp. 29-50; y Hans Josef NIEDERECHE, *Bibliografía cronológica de la Lingüística, la Gramática y la Lexicografía del español desde los comienzos hasta el año 1600*, Amsterdam, 1994.

<sup>28</sup> Vid. Carmen CODOÑER MERINO, *Gramáticas latinas de transición. Juan de Pastrana y Fernando Nepote*, Salamanca, 2000.

<sup>29</sup> *Doctrina pueril*, p. 280 y s.

<sup>30</sup> *Institutiones*, p. 42. Ed. Ignacio RODRÍGUEZ, 2 vols., Madrid, 1916.

<sup>31</sup> Vid. *Gramática castellana*, p. 19.; y Virginia BONMATI SÁNCHEZ, “La Gramática Metódica en las *Introducciones latinae* de Antonio de Nebrija”, *Revista española de Lingüística*, 17 (1987), pp. 95-103.

Por su parte, Alfonso de la Torre precisa las siguientes áreas: “las partes de la oración, las sílabas, los pies, los acentos, la ortografía, la etimología, la sintaxis, el barbarismo, el solecismo, el metaplasmo, el tema, el tiempo, la fábula, la prosa y la historia”<sup>32</sup>.

Los tratados de Nebrija son los manuales de estudio más importantes debido a su carácter pionero y su alto nivel de difusión. Precedida por gramáticas anteriores, las *Introductiones latinae* (1481) se convierten en el libro de texto de las universidades hasta que el jesuita Juan Luis de la Cerda (1558-1643), docente en Madrid, lo actualiza en *Institutione Grammatica libri quinque* (1598)<sup>33</sup>. Esta obra se implanta como lectura única en Castilla (1604), Aragón y las Indias (1622) hasta la reforma universitaria de Pablo de Olavide en 1768.<sup>34</sup>

La gran novedad nebrijense se incorpora en la segunda versión de las *Introductiones*, realizada un lustro después de las originales y conocida como *Introducciones latinas contrapuesto el romance al latín* (1486)<sup>35</sup>. Como se aprecia en el título, el humanista escribe el texto por duplicado, primeramente en latín y luego en castellano, a doble columna, para facilitar el estudio de la lengua. Este método, denominado *proverbiandi*, contempla el empleo del vulgar para aprender latín: “proverbium est oratio in romancio alicui dato vel in latino alicuius perfecte sententie denotativa”<sup>36</sup>. Nebrija no es pionero en emplear este recurso, de hecho puede comprobarse la existencia de numerosas *grammaticae proverbiandi* anónimas, casi todas ellas en la Corona de Aragón. En Castilla, entre las pocas gramáticas latinas con glosas castellanas existentes destaca un *Arte de Prisciano castellano* centrada en las reglas para traducir al romance construcciones latinas complejas. Parcialmente conservada, por sus

---

<sup>32</sup> *Visión deleitable...*, p. 15.

<sup>33</sup> Vid. María Dolores MARTÍNEZ GAVILÁN, “Las fuentes del *De institutione Grammatica* del Padre de la Cerda: racionalismo sanctiano y pedagogía jesuítica en el arte de Nebrija reformado”, en Marina MAQUIEIRA RODRÍGUEZ y María Dolores MARTÍNEZ GAVILÁN (Coords.), *España y Portugal en la tradición gramatical*, León, 2008, pp. 199-238.

<sup>34</sup> Vid. Rogelio PONCE DE LEÓN ROMEO, “La difusión de las Artes gramaticales latino-portuguesas en España (siglos XVI-XVII)”, *Península. Revista de estudios ibéricos*, 0 (2003), pp. 119-146.

<sup>35</sup> Vid. Eugenio DE BUSTOS, “Nebrija, primer lingüista español”, en Víctor GARCÍA DE LA CONCHA (Coord.), *Nebrija y la introducción del Renacimiento en España*, Salamanca, 1983, pp. 205-222; Miguel Ángel ESPARZA-TORRES, *Las ideas lingüísticas de Antonio de Nebrija*, Münster, 1995; y Francisco RICO, *Nebrija frente a los bárbaros. El canon de gramáticos nefastos en las polémicas del humanismo*, Salamanca, 1978; y del mismo autor *El sueño del humanismo (de Petrarca a Erasmo)*, Barcelona, 2002.

<sup>36</sup> Vicente CALVO FERNÁNDEZ, “*Grammatica proverbiandi*”. *La enseñanza del latín en la Baja Edad Media española: estudio y edición del texto contenido en el ms. 8950 de la Biblioteca Nacional de Madrid*, Madrid, 2002, p. 61. Vid., del mismo autor, “*Latinum cum romancio concordare*. En torno a la *Grammatica Proverbiandi*”, *Cuadernos de filología clásica. Estudios latinos*, 15 (1998), pp. 489-507; y María del Socorro PÉREZ ROMERO, “La *Grammatica proverbiandi* en la enseñanza del latín en el Renacimiento”, en VV. AA., *Humanismo y pervivencia del mundo clásico*, Cádiz, 1997, pp. 663-672.

características externas parece haber sido elaborada durante la primera mitad del siglo XV; se desconoce su autoría, pero no su destinatario: un abulense llamado Esteban.<sup>37</sup>

Las nuevas *Introducciones* presentan una estructura diferente a las anteriores. Si estas se articulan en seis libros, aquellas lo hacen en cinco, garantizando al lector un aprendizaje rápido y eficaz. El autor se refiere concretamente a “los vizcaínos, navarros, franceses, italianos y todos los otros que tienen algún trato y conversación en España y necesidad de nuestra lengua; si no vienen desde niños a aprender por uso, podrán la más aína saber por esta mi obra”<sup>38</sup>. Llama la atención que en esta lista de nacionalidades lingüísticas cite, por ejemplo, a extranjeros como los franceses y no a los vecinos portugueses, o a comunidades hispánicas con lengua propia como los navarros y no a los catalanes. Este hecho puede explicarse debido a que las coronas de Aragón y Castilla están ya unificadas (desde 1469) mientras que Navarra sigue siendo independiente (hasta 1512) cuando Nebrija escribe (1492)<sup>39</sup>:

“Después que sintieren bien el arte del castellano, lo cual no será muy difícil porque es sobre la lengua que ya ellos sienten, cuando pasaren al latín no habrá cosa tan oscura que no se les haga muy ligera, mayormente entreviniendo aquel *Arte de la Gramática contraponiendo línea por línea el romance al latín*. Por la cual forma de enseñar no sería maravilla saber la Gramática latina, no digo yo en pocos meses, más aún en pocos días, y mucho mejor que hasta aquí se aprendía en muchos años”.

	INTRODUCCIONES LATINAS, CONTRAPUESTO EL ROMANCE AL LATIN (1483)	GRAMATICA CASTELLANA (1492)
LIBRO I	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Declinación de los sustantivos, pronombres y adjetivos.</li> <li>- Conjugación verbal.</li> <li>- Características morfosintácticas de la oración: nombres, pronombres, verbos, participios, preposiciones, adverbios, interjecciones y conjunciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Historia de las letras.</li> <li>- Grafías y pronunciación del alfabeto.</li> <li>- Las vocales en los diptongos.</li> <li>- Las consonantes dobles.</li> <li>- Normas generales de ortografía.</li> </ul>
LIBRO II	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Género y número de los sustantivos y adjetivos.</li> <li>- Peculiaridades en las terminaciones de las palabras.</li> <li>- Irregularidades verbales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La sílaba.</li> <li>- Los acentos.</li> <li>- La sinalefa (pronunciación).</li> <li>- Los versos.</li> </ul>
LIBRO III	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ortografía.</li> <li>- Prosodia.</li> <li>- Etimología y dicción.</li> <li>- Sintaxis o partes internas de la oración (verbos transitivos e intransitivos, oración perfecta e imperfecta, acción finita o infinita).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Flexión de los sustantivos y adjetivos.</li> <li>- Conjugación verbal.</li> <li>- Participios.</li> <li>- Preposiciones.</li> <li>- Adverbios.</li> <li>- Conjunciones.</li> </ul>

<sup>37</sup> Vid. Vicente CALVO FERNÁNDEZ, “Una gramática latina medieval con notas en romance castellano”, *Cuadernos de filología clásica. Estudios latinos*, 2 (1992), pp. 249-261.

<sup>38</sup> *Gramática castellana*, p. 14.

<sup>39</sup> *Ibidem*.

LIBRO IV	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Género y especie de los verbos personales (activos, pasivos, neutros, deponentes y comunes), impersonales (activos y pasivos) y verbos de género diverso.</li> <li>- Infinitivos, gerundios, supinos y participios.</li> <li>- Peculiaridades de los sustantivos como los que funcionan como adjetivos calificativos, relativos, diminutivos, comparativos y superlativos; así como los nombres propios y de origen griego.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sintagmas gramaticales.</li> <li>- Figuras.</li> <li>- Construcción de verbos y sustantivos.</li> </ul>
LIBRO V	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La sílaba en la prosa y en el verso.</li> <li>- El <i>cremento</i> (aumento o disminución de las sílabas) en nombres y verbos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pronunciación de letras y sílabas.</li> <li>- Sustantivos, adjetivos y pronombres.</li> <li>- Verbos: modos, tiempos y formas no personales.</li> </ul>

Cuadro comparativo sobre contenido de las gramáticas latina y castellana de Nebrija

La segunda originalidad de Nebrija es la composición, en vernácula y sin precedentes, de una *Gramática de la lengua castellana* (1492); ello inspira proyectos similares en Italia (Giorgio Trissino: *Grammatichetta de la lengua italiana*, 1529), Portugal (Fernando de Oliveira: *Grammatica da lingoagem portuguesa*, 1536) y Francia (Louis Meigret: *Le tretté de la grammère françoise*, 1550). Al establecer unas reglas canónicas para el castellano lo dignifica y lo equipara, en términos de usos normativos, a las lenguas clásicas.

Nebrija explica a Isabel I que el pujante reino de España no debe desatender la promoción de lengua, por lo que le aconseja protegerla, afianzar su ortografía y practicarla (“así como vuestros cronistas y estoriadores escriben y encomiendan a inmortalidad la memoria de vuestros loables hechos, otros tentamos de passar en castellano las cosas peregrinas y estrañas”). En caso contrario, “la memoria de vuestras hazañas perecerá con la lengua”<sup>40</sup>.

“La lengua fue siempre compañera del Imperio; y de tal manera lo siguió, que juntamente comenzaron, crecieron y florecieron, y después junta fue la caída de entrambos [...] Comenzando a declinar el Imperio de los romanos, juntamente comenzó a caducar la lengua latina, hasta que vino al estado en que la recibimos de nuestros padres”.  
 “Esta hasta nuestra edad anduvo suelta y fuera de regla, y a esta causa a recibido en pocos siglos muchas mudanzas; porque si la queremos cotejar con de hoy a quinientos años, hallaremos tanta diferencia y diversidad cuanta puede ser mayor entre dos lenguas. Y porque mi pensamiento y gana siempre fue engrandecer las cosas de nuestra nación y dar a los hombres de mi lengua obras en que mejor puedan emplear su ocio, que agora lo gastan leyendo novelas o historias envueltas en mil mentiras y errores, acordé ante todas las otras cosas reducir en artificio este nuestro lenguaje castellano, para que lo que agora y de aquí adelante en él se escribiere pueda quedar en un tenor, y extenderse en toda la duración de los tiempos que están por venir. Como vemos que se ha hecho en la lengua griega y latina, las cuales por haber estado debajo de arte, aunque sobre ellas han pasado muchos siglos, todavía quedan en una uniformidad”.

Otro aspecto interesante de la obra de Nebrija es su esbozo sobre la Historia de las lenguas y su diversidad en el prefacio a su *Gramática castellana*. En él repasa las diferentes hablas

<sup>40</sup> *Ibidem*, pp. 11-13.

antiguas, como la asiria, la india, la sicionia y la egipcia antes de detenerse en la hebrea, la griega y la latina. Aunque con mucha más parquedad que Nebrija, Alfonso de la Torre también bosqueja la cuestión. Según su opinión, en el origen de los tiempos todos los seres humanos hablaban una lengua común: el hebreo. Nebrija no comparte esta sentencia argumentando que “la naturaleza instiga al hombre a buscar manera de entenderse con otro por señales, gritos, silbidos o palabras” y que “la naturaleza del hombre comienza por aquello que es más imperfecto y más confuso”, pues estima el hebreo un idioma demasiado perfeccionado.<sup>41</sup> Además, recuerda el pasaje bíblico de la Torre de Babel y la confusión del lenguaje primigenio en sesenta y dos nuevos, de los cuales, además, derivaron otros muchos.<sup>42</sup>

Asimismo, distingue entre lenguas sagradas y profanas; las primeras, como el hebreo, el griego y el latín, gozan de la bendición divina; de las tres, “la griega tiene principal excelencia, ca es más hermosa y muy más sonante que todas las otras”<sup>43</sup>. Por otro lado, en función de la articulación de los sonidos, diferencia entre:

- Lenguas orientales, cuyos sonidos se forman comprimiendo la voz en la garganta (el hebreo, el caldeo, el sirio o el indio).
- Lenguas mediterráneas, cuyos fonemas derivan de la acción de la lengua sobre el paladar (el griego, el frigio o el asiático).
- Lenguas occidentales, cuya voz se crea quebrantando las palabras en los paladares (el latín y las lenguas romances).

Además, atendiendo a las particularidades dialectales, de la Torre deslinda varios tipos de griegos y latinos.

- La lengua griega presenta varias modalidades según el ámbito físico:
  - Koiné (*Coynedon*): el lenguaje común de la Hélade tras las conquistas de Alejandro Magno.
  - Ático: la lengua en la que escribieron los sabios; se habla principalmente en torno al mar Jónico.
  - Dórico: su área era el Peloponeso y Creta.
  - Arcadio: practicada en la Arcadia.
  - Eólico: en Tesalia, Beocia y Eolia.

---

<sup>41</sup> *Visión deleitable...*, p. 16.

<sup>42</sup> Vid. Carmen LOZANO, “La Historia y la leyenda antiguas en las Artes poéticas y gramaticales del Renacimiento”, *Estudi general*, 23 (2004), pp. 447-461.

<sup>43</sup> *Visión deleitable...*, p. 16.

- La lengua latina, en cambio, no presenta modalidades según su espectro geográfico sino que conoce una evolución a lo largo del tiempo.
  - Latín antiguo (*prisca latinitas*): muy mal ordenado y coetáneo al etrusco, es hablado por los habitantes del Lacio en los tiempos anteriores a la Monarquía.
  - Latín: hablado desde la guerra troyana, es la lengua en la que fueron elaboradas las *duodecim tabularum leges*; posee ciertas semejanzas formales con el griego.
  - Latín clásico (romano): propio de la República y del Alto Imperio, es la lengua que aprendieron, emplearon y transmitieron los oradores.
  - Latín vulgar (mixto): tras la expansión del Imperio, “habitaron en Roma gentes de tantas provincias que corrompieron la habla por barbarismos y solecismos; y desde aquí emanan las lenguas que hoy se hablan en Italia y en España”<sup>44</sup>.

En cuanto a la lengua castellana, Nebrija concreta sus orígenes, su expansión sobre el conjunto peninsular y su momento de esplendor en el tiempo coetáneo:<sup>45</sup>

“La lengua castellana tuvo su niñez en el tiempo de los jueces y reyes de Castilla y de León, y comenzó a mostrar sus fuerzas en tiempo del muy esclarecido y digno de toda la eternidad el Rey don Alfonso el Sabio, por cuyo mandado se escribieron las *Siete Partidas*, la *General Historia*, y fueron trasladados muchos libros de latín y arábigo en nuestra lengua castellana. La cual se extendió después hasta Aragón y Navarra y de allí a Italia, siguiendo la compañía de los infantes que enviamos a imperar en aquellos Reinos. Y así creció hasta la monarquía y paz de que gozamos, primeramente por la bondad y Providencia divina, después por la industria, trabajo y diligencia de vuestra Real Majestad”.

La tranquilidad a la que se refiere el autor contribuye a que florecieran en España las denominadas “Artes de la paz”, entre ellas la Gramática. En lo que respecta a la Historia de la escritura, Nebrija adopta la postura del resto de humanistas de la época:<sup>46</sup>

“Entre todas las cosas que por experiencia los hombres hallaron o por revelación divina nos fueron demostradas para pulir y adornar la vida humana, ninguna otra fue tan necesaria ni que mayores provechos nos acarrese que la invención de las letras”.

Al adaptar el relato de la *General Estoria* de Alfonso X, repasa los orígenes legendarios de la escritura aludiendo de nuevo a los asirios, egipcios, judíos, fenicios y griegos. Si bien valora la posibilidad de que estos últimos introdujeran el alfabeto en España durante la guerra de Hércules contra Geryón, cree más factible que “de ninguna otra nación recibimos primero las letras que de los romanos cuando se hizieron señores de España”. Son dos los argumentos que le animan a proponer esta teoría: la semejanza entre los alfabetos latino y griego, y la ausencia de testimonios epigráficos antiguos con una escritura diferente a la

---

<sup>44</sup> *Ibidem*, p. 17.

<sup>45</sup> *Gramática castellana*, p. 12 y s.

<sup>46</sup> *Ibidem*, p. 19 y s.

romana. Con esta última premisa, Nebrija se revela como un incipiente analítico documental sin precedentes en la Castilla de su tiempo; además, participa de la crítica paleográfica medieval que inicia Petrarca, con sentencias como la siguiente:<sup>47</sup>

“Los godos no solamente acabaron de corromper el latín y lengua romana, que ya con las muchas guerras había comenzado a desfallecer, mas aun torcieron las figuras y trazos de las letras antiguas introduciendo y mezclando las suyas cuales las vemos escritas en los libros que se escribieron en aquellos ciento veinte años que España estuvo debajo de los reyes godos, la cual forma de letras duró después en tiempo de los jueces y reyes de Castilla y de León hasta que después poco a poco se comenzaron a concertar nuestras letras con las romanas e antiguas, lo cual en nuestros días y por nuestra industria en gran parte se ha hecho”.

Otras aportaciones de Nebrija a la Lingüística española son sus comentarios sobre Diógenes Laercio (*Vafre dicta philosophorum*), Virgilio, Prudencio, Juvencio..., sus diccionarios de latín-español y español-latín,<sup>48</sup> su *Ortographia castellana* (1517) o su manual de griego *De litteris graecis* (1507); en este último sentido, hasta 1490 no se habilita una cátedra para su enseñanza en Salamanca, que recae en Arias Barbosa y Hernán Núñez de Toledo y Guzmán.<sup>49</sup>

Como conclusión, la Gramática abarca lo que entendemos por Lengua y Literatura. Su objeto es desarrollar las facultades comunicativas escritas y orales por medio de una ortografía y sintaxis adecuada, cuidando la expresión estética y argumental. A las nociones de caligrafía, etimología, morfología y sintaxis se suma la lectura y traducción de textos con los que, además de practicar la teoría, se adquiere valores morales y conocimientos históricos (Platón, Aristóteles, Catón, Séneca, Virgilio, Cicerón, Dionisio Areopagita, Diógenes Laercio, Prudencio...). Al comparar los distintos manuales de Gramática expuestos más arriba, podemos concretar los siguientes contenidos:

- Definición de la ciencia gramatical y división de la misma.
- Breve referencia a la Historia de la lengua.
- Partes constitutivas de la palabra: *littera, syllaba et dictio*.
- Naturaleza de la palabra: *genera (masculinum, femininum et neutrum) et numerus (singularis et pluralis)*.
- Partes constitutivas de la oración desde el punto de vista sintáctico: *suppositum appositum et casus (nominativus, vocativus, genitivus, dativus, accusativus et ablativus)*.
- Partes constitutivas de la oración desde el punto de vista morfológico: *nomen, pronomem, verbum, participium, adverbium, praepositio, coniunctio et interiectio*.

---

<sup>47</sup> Ibídem, p. 22.

<sup>48</sup> Vid. Carmen CODOÑER MERINO, “Evolución en los diccionarios de Antonio Nebrija”, *Historiographia Lingüística*, 23 (1996), pp. 267-320.

<sup>49</sup> Vid. Vicente BÉCARES BOTAS, “Las humanidades griegas”, en RODRÍGUEZ-SAN PEDRO BEZARES, o. cit., III.2, pp. 757-775.

- Figuras: *prolepsis, syllepsis, zeugma, síntesis, antiptosis, evocatio, appositio, synecdoche*.
- Prosodia y métrica.
- *Suppletio*, dedicado a los problemas derivados de la traducción del latín al romance y viceversa, a las posibles soluciones y a las técnicas de composición de construcciones complejas.

## 2. El arte del discurso argumentado: dialéctica y retórica

Junto a la Gramática, disciplina primordial, la Dialéctica o Lógica y la Retórica completan el triángulo que conforman las *Artes Triviales*.<sup>50</sup> La *General Estoria* sintetiza que “la primera nos ensenna hablar enderesçadamientre, la segunda seer sotiles e agudos y la tercera dezir amonestando e apuestamientre”<sup>51</sup>.

La Lógica es la ciencia del conocimiento verificable, la encargada, por medio de la deducción, de encontrar la conjunción entre sujeto y predicado. Alfonso de la Torre afirma que permite “distinguir y hacer diferencia entre verdad y mentira”<sup>52</sup>, y Egidio que, tras la Gramática, “lo segundo que debe aprender el mozo es Lógica que le regle en entendimiento”; su glosador Castrojeriz amplía esta sentencia al explicar:<sup>53</sup>

“La Lógica fue fallada porque nos muestra manera de argumentar e de razonar e de oponer e de responder; ca sin ella podríamos errar en nuestras razones e ser engannados en los argumentos; ca si no supiésemos la manera del argüir, podríamos ser engannados en el argumento, ca cuidaríamos concluir verdad e concluiríamos mentiras”.

Por su parte, la Retórica es el arte de la persuasión, exposición y expresión correcta; es la maestría de la palabra. En su *Ars brevis*, Lull resume que la Retórica procede al “adorno y coloreo de las palabras”. Nebrija también delimita su utilidad acudiendo a dos grandes figuras grecolatinas: “Teodestes afirma que el fin de la Retórica es guiar a los hombres por medio de la palabra hacia el objetivo que persigue el orador [...] Cicerón escribió que el oficio del orador es hablar de manera apropiada para persuadir”<sup>54</sup>. Por su parte, Alfonso de la

---

<sup>50</sup> Vid. Rita COPELAND e Ineke SLUITER, *Medieval Grammar and Rhetoric: Language Arts and Literary Theory (ad 300-1475)*, Oxford, 2009; Francisco Ernesto PUERTAS MOYA, “La enseñanza de la Retórica en las escuelas medievales”, en IGLESIA DUARTE, op. cit., pp. 383-402; Antonio RUBIO FLORES (Coord.), *Retórica medieval, ¿continuidad o ruptura?*, Granada, 1995; Eugenio GARIN, “Discusiones sobre la Retórica”, *Medioevo y Renacimiento*, Madrid, (1981), pp. 95-111; y Paul KRISTELLER, “Rhetoric in Medieval and Renaissance culture”, en James MURPHY (Coord.), *Renaissance Eloquence: studies in the theory and practice of Renaissance Rhetoric*, Berkeley, 1983, pp. 1-20.

<sup>51</sup> *General Estoria*, p. 55 y s. Ed. Reinaldo AYERBE-CHAUX, Madrid, 1982.

<sup>52</sup> *Visión deleitable...*, p. 19.

<sup>53</sup> *Glosa castellana...*, pp. 477 y 473.

<sup>54</sup> *Compendio de arte retórico*, p. 63.

Torre escribe sobre su utilidad aludiendo a la doble necesidad de diferenciar entre registro formal e informal, y entre conversación científica y gentil:<sup>55</sup>

“A las personas religiosas no se les ha de hablar como a las públicas, ni a las potestades como a las comunes, ni a las graves de autoridad con palabras de ligera sentencia. Y también, en el tiempo de la alegría no debemos mezclar palabras provocativas a lloro, ni en el tiempo de la tristeza palabras jocosas ni provocativas a risa, ni tampoco en las causas humildes debemos hablar como en las litigiosas”.

“No sería bueno que el científico y el idiota hubiesen manera común en la habla, ni sería honesto que los secretos científicos fuesen traídos en menosprecio por palabras vulgares. E aún por esto no solamente fue necesario el hablar secreto y apartado del vulgo, más aún fue necesario paliar y encubrir aquel con ficción y diversos géneros de fábulas y figuras”.

De todos los tratados medievales, *Doctrina pueril* de Ramón Llull y el *Compendio de arte retórico* de Nebrija son los que, a nuestro juicio, mejor definen los cometidos específicos de ambas disciplinas:<sup>56</sup>

#### LÓGICA

“La Lógica es la demostración de las cosas verdaderas y falsas, con la cual sabe uno hablar rectamente y sofisticadamente; la Lógica es arte por el que se sutiliza y eleva el entendimiento humano”.

“Gracias a la Lógica sabrás iniciar, defender y concluir lo que digas; por la Lógica te guardarás de que alguien te pueda engañar con palabras sofisticadas, y por la Lógica serás sutil en todas las demás ciencias”.

#### RETÓRICA

“Retórica consiste en hablar con belleza y orden. Por ella las palabras se ordenan de un modo agradable y con frecuencia por ella el hombre es escuchado”

“La Retórica enseña cómo se debe hablar y qué palabras hay que colocar al principio, cuáles al fin y cuáles en medio; y gracias a la Retórica, las palabras largas parecen breves”.

¿Cuáles son los contenidos que conforman el plan de estudios de estas dos *Artes*?

La Lógica logra un método de razonamiento. Egidio explica que su materia primordial es “el silogismo y sus partes, que son proposiciones e los términos e el sujeto e el predicado”<sup>57</sup>, que también puede denominarse “dialecto”. Alfonso de la Torre indica que, por su naturaleza, las proposiciones pueden clasificarse en cuatro tipologías atendiendo a una serie de principios necesarios, incorruptibles y eternos:<sup>58</sup>

- Experimentales: “aquellas que sabemos por el entendimiento y por el sentido”, como que el fuego calienta o el vino embriaga.
- Sensibles: son de indudable parecer, como que la miel es dulce y la hiel amarga.
- Famosas: aquellas que no se prestan a duda por la existencia de testimonios y pruebas conocidas por todas las personas, como que existen las ciudades de Roma, Milán o París.

<sup>55</sup> *Visión deleitable...*, p. 25 y s.

<sup>56</sup> *Doctrina pueril*, pp. 281-283.

<sup>57</sup> *Glosa castellana...*, p. 477.

<sup>58</sup> Vid. *Visión deleitable...*, p. 20 y s. Las definiciones y los ejemplos expuestos se toman de esta obra.

- Intrínsecas: poseen en sí mismas la prueba de su veracidad, como que el triángulo tiene tres lados o que cinco es la tercera parte de quince.

Salvo las famosas, las restantes proposiciones “consisten en opinión sin prueba”, pero aún así, “todas causan conclusión verdadera”. El bachiller reconoce que algunas máximas, a pesar de tratarse de verdades aceptadas por la totalidad de los doctores, reflejan cierta subjetividad y, por tanto, duda sobre su certeza; se trata de aseveraciones del tipo “la justicia es necesaria” o “la mentira es mala”.

Mucho más técnico, Llull, siguiendo a Aristóteles distingue dos conocimientos vertebradores de la ciencia Lógica: los cinco universales y los diez predicamentos.

- Los universales: género, especie, diferencia, propiedad y accidente. Por medio de estos elementos, que constituyen el sujeto de cualquier proposición, “sabrás descender de lo general a lo particular, y de lo particular sabrás elevar tu entendimiento a lo general”<sup>59</sup>.
- Los predicamentos: sustancia, cantidad, relación, calidad, acción, pasión, situación, hábito, tiempo y lugar. “Alcanzarás la ciencia, si con los diez predicamentos sabes armonizar y cotejar los cinco universales, pues comparando un concepto con otro hallarás el significado de lo que buscas”<sup>60</sup>.

La Retórica está vinculada al lenguaje escrito y oral. Su contenido puede sintetizarse en torno a dos cuestiones principales:

- La composición. Si la Gramática estudia la expresión ortográfica, morfológica y sintáctica, la Retórica cuida el estilo: el empleo de las palabras adecuadas y su correcta disposición en la oración. Nebrija define las cinco partes constitutivas del sistema oratorio:<sup>61</sup>

“*Invención* es encontrar argumentos verdaderos o verosímiles que hagan creíble la causa. *Disposición* es el orden y distribución de los argumentos que muestra en qué lugar ha de colocarse cada uno de ellos. *Elocución* es la adecuación a la invención de las palabras, de los pensamientos apropiados. *Memoria* es la retención en la mente de los argumentos y de las palabras de la disposición. *Expresión oral* o *pronunciación* es la agradable regulación de la voz, del rostro y de los gestos”.

Los temas tratados en los veintinueve capítulos del manual nebrijense son la Retórica como arte, partes internas de la Oratoria, el exordio, la narración, el razonamiento, la confutación o refutación y la peroración o conclusión, y los géneros del discurso (demostrativo, deliberativo y judicial).

---

<sup>59</sup> *Doctrina pueril*, p. 281.

<sup>60</sup> *Ibidem*, p. 282.

<sup>61</sup> *Compendio de arte retórico*, p. 63.

- La persuasión. Es decir, convencer y no ser sugestionado; para ello, el discurso debe brillar por su brevedad, claridad, contundencia y calidad argumentativa. Algunas estrategias que Diego de Valera explica en relación con los modos de componer son la tragedia (“hablar de cosas que ayan comenzado en alegría, e ayan avido fin triste e doloroso”), la comedia (“hablar de cosas que ayan avido comenzado triste, e fin próspero e alegre”), la lírica (“hablar denostando o loando en metro”) y la sátira (“hablar loando virtudes e denostando vicios”)62.

En suma, la Retórica cuida la narración, razona la argumentación y ofrece una conclusión deliberada; además, si se pone al servicio de ciertas intencionalidades, consigue la disuasión o la persuasión, la alabanza o el vituperio.

La complejidad de la docencia de estas *Artes (praecepta)* anima a los tratadistas a recomendar técnicas concretas como la instrucción en romance antes que en latín, así como emplear rimas y otros recursos nemotécnicos que facilitaran su estudio.63 Paralelo a su estudio es el de la Gramática histórica o literaria, pues un aspecto fundamental de su aprendizaje consiste en la emulación de estilos poéticos, historiográficos, expositivos o discursos apologéticos (*imitatio*). El objetivo es que el alumno alcance la facultad para componer sobre cualquier tema (*declamatio*).

Se introducen pocas novedades didácticas en la enseñanza de la Retórica hasta que el desarrollo urbano plenomedieval exige un grupo de profesionales en Derecho. En muchas ciudades se crean escuelas urbanas donde se instruye sobre la expresión, la argumentación, la preparación de discursos, así como las normas protocolarias para la realización de cartas y documentos oficiales. El *ars dictaminis* y el *ars notoria*, desarrolladas previamente en Bolonia y posteriormente en el resto de *studia* europeos, son las ramas de la Retórica que atienden a esta función. Por otra parte, el arte de la predicación (*ars praedicandi*) está estrechamente ligado a los mecanismos propios de la Oratoria, hecho por el cual los centros capitulares y las órdenes mendicantes apuestan decididamente por la preparación culta de los miembros del clero. En suma, se forman en Retórica predicadores, escribanos, notarios, jueces, gobernantes y cualquier otro sector profesional ligado a la política. Por ello Nebrija, siguiendo a Cicerón, señala que es obligación del orador “investigar, escuchar, leer, discutir,

---

62 Vid. “Tratado en defensa de virtuosas mujeres”, p. 63. Ed. Mario PENNA, *Prosistas castellanos del siglo XV*, I, B.A.E., tomo CXVI, Madrid, 1959, pp. 55-76.

63 Vid. *Doctrina pueril*, p. 282. Sobre las técnicas de retención mental llevadas a cabo por los estudiantes bajomedievales al servicio de la Retórica vid. Isabella IANNUZZI, “La ‘disciplina’ de la memoria: tradición clásica y su recepción pedagógica en la Universidad de Salamanca a mediados del siglo XV”, *Tradición Clásica y Universidad. Suplemento monográfico*, 31 (2008).

tratar, ejercitarse en todos aquellos asuntos que suceden en la vida humana, pues en ella se encuentra inmerso el orador y este es el material de su competencia”<sup>64</sup>.

Los modelos clásicos en la elaboración Lógica y Retórica son *De inventione* y *De Oratore* de Cicerón, las *Institutiones* de Quintiliano, el anónimo *Rhetorica ad Herennium*, el *Isagoge* de Porfirio así como varios comentarios de Boecio. La Lógica aristotélica no se difunde hasta el siglo XIII (*Organon*, *De sophisticis elenchis* y *Ars Rhetorica*). La principal aportación peninsular en el área de la Dialéctica es obra de Pedro Hispano (ca. 1215-1277); alumno de Guillermo de Sherwood en París, compone *Summulae logicales*, manual que, como indica Juan Alfonso de Benavente, es el más importante para el estudio del conocimiento.<sup>65</sup> Ya a finales de la Edad Media, Nebrija publica *Compendio de arte retórico* (1515) sintetizando todo el saber sin introducir novedades.<sup>66</sup> Otras obras menos difundidas son la *Retorica nova* (1301) y el *Liber de praedicatione* (1304) de Llull, el *Ars praedicandi* de Francesc Eiximenis,<sup>67</sup> una obra homóloga de fray Martín de Córdoba,<sup>68</sup> las *Reglas cómo se deve trovar* de don Juan Manuel (no conservada)<sup>69</sup> y las *Flores Rhetorici* del docente Fernando Manzanares.<sup>70</sup> Mención aparte, en el ámbito italiano, la Retórica es un tema ampliamente tratado por los humanistas, que la consideran una herramienta fundamental en sus polémicas con los poderes políticos; dos ejemplos son Poliziano (*Praelectio de Dialectica*) y Rodolfo Agricola (*De inventione Dialectica*).

### 3. Los fundamentos matemáticos

Dentro del saber matemático, extraordinariamente amplio y definido someramente en el *Ars brevis* de Llull como “la forma con que el entendimiento humano despoja a la sustancia de sus accidentes”, se incluye el cálculo y el álgebra (ramas concretas de la Aritmética), la planimetría, altimetría y cosmometría (especialidades de la Geometría), así como la Geografía y la navegación (secciones específicas de la Astronomía). Todas estas disciplinas, junto con la Música, conforman las ciencias del *Quadrivium*. A diferencia de la

---

<sup>64</sup> *Compendio de arte retórico*, p. 57.

<sup>65</sup> Vid. *Ars et doctrina...*, p. 54.

<sup>66</sup> Vid. Juan LORENZO, *Retórica de Nebrija. Introducción, edición crítica y traducción*, Salamanca, 2006, p. 16; y James Murphy, “Antonio Nebrija in the European rhetorical tradition”, en Carmen CODOÑER MERINO y Juan Antonio GONZÁLEZ IGLESIAS (Coords.), *Antonio de Nebrija, Edad Media y Renacimiento*, Salamanca, 1994, pp. 447-455.

<sup>67</sup> Vid. Martí DE BARCELONA, “L’*Ars praedicandi* de Francesc Eiximenis”, en VV. AA., *Homenatge a Antoni Rubió i Lluch*, II, Barcelona, 1936, pp. 301-340.

<sup>68</sup> Vid. Ricardo DA COSTA, “A Educação na Idade Média: a *Retórica Nova* (1301) de Ramón Llull”, *Notandum*, 16 (2008), pp. 29-38.

<sup>69</sup> Vid. Jesús MONTOYA MARTÍNEZ, *La norma retórica en tiempo de Alfonso X*, Granada, 1993.

<sup>70</sup> Vid. Charles FAULHABER, “Las *Flores Rhetorici* de Fernando Manzanares (1488) y la enseñanza de la Retórica en Salamanca”, en CODOÑER MERINO y GONZÁLEZ IGLESIAS, op. cit., pp. 457-467.

Gramática y con la única excepción de la Astronomía, no se comprueba un desarrollo importante de ninguna de estas *Artes* a lo largo de la Edad Media;<sup>71</sup> es más, algunos autores mantienen una opinión negativa respecto al estudio profundo de cualquiera de ellas, lo que provoca su anquilosamiento respecto al ámbito musulmán: “No te aconsejo, hijo mío, que aprendas Geometría ni Aritmética, pues son Artes que requieren todo el pensamiento humano, por lo cual no se puede tan bien amar y contemplar a Dios”<sup>72</sup>.

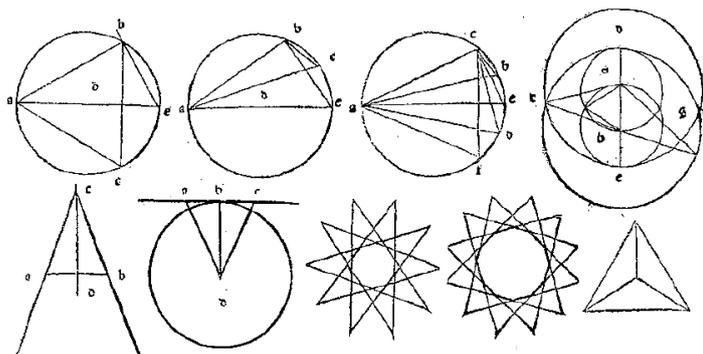
Las lecturas genéricas para su aprendizaje son Macrobio, Marciano Capella, Casiodoro, Boecio, Beda y Alcuino y, de manera más particular, los griegos Pitágoras y Nicómaco, y los latinos Apuleyo y Severino en Aritmética, Thales y Arquímedes en Geometría, Aristóteles en Física, y Ptolomeo en Astronomía. Entre los pocos eruditos plenomedievales que sobresalen en esta materia se encuentran Leonardo da Pisa (1170-1250), introductor del sistema de numeración arábigo en Europa; en la corte imperial de Federico II (1194-1250) compone numerosos escritos sobre numeración, contabilidad de pesos y medidas, ecuaciones, proposiciones lógicas... como *Liber abaci* (1202), *Practica geometricae* y el *Liber quadratorum*; su obra genera un enorme impacto en todo el Occidente cristiano. Asimismo destaca el franciscano inglés Robert Grosseteste (1175-1253), introductor de la Filosofía aristotélica en Oxford y fundador de una escuela de *calculatores* dentro de aquel *Studium* donde Thomas Bradwardine se convierte en experto en Aritmética;<sup>73</sup> Grosseteste compone *De lineis, angulis et figuris*, sobre Geometría, y Bradwardine *De Arithmetica speculativa, De Arithmetica practica y De Geometria speculativa*. Ya en el siglo XV destacan Regiomontano (*De triangulis*), Piero della Francesca (*Trattato dell'abaco y De prospectiva pingendi*) y Luca Pacioli (*Tractatus Mathematicus y una Summa de Arithmetica, Geometria, proportioni et proportionalita*).

---

<sup>71</sup> Vid. Pablo MARTÍN PRIETO, *Las Matemáticas en la Edad Media. Una historia de las Matemáticas en la Edad Media Occidental*, Madrid, 2015; Julio SAMSÓ, “Las ciencias exactas y físico-naturales”, en José Ángel GARCÍA DE CORTÁZAR (Coord.), *La época del gótico en la cultura española (1220-1480)*, tomo XVI de la *Historia de España de Ramón Menéndez Pidal*, Madrid, 1994, pp. 555-693; José CHABÁS, “Las ciencias exactas”, en Luis GARCÍA BALLESTER (Coord.), *Historia de la ciencia y de la técnica en la Corona de Castilla, I*, Valladolid, 2002, pp. 59-94; y Santiago LÓPEZ GONZÁLEZ, “Aspectos de la Geometría medieval”, en VV. AA., *Ciencia y técnica en la Edad Media*, Valladolid, 1985, pp. 83-112.

<sup>72</sup> *Doctrina pueril*, p. 585. Vid. Juan TARRÉS FREIXENET, “La matemática árabe durante la Edad Media”, en VV. AA., *De Arquímedes a Leibniz. Tras los pasos del infinito matemático, teológico, físico y cosmológico. Actas del II Seminario Orotava*, Santa Cruz de Tenerife, 1995, pp. 35-59.

<sup>73</sup> Vid. Celina Ana LÉRTORA MENDOZA, “Roberto Grosseteste: epistemología aristotélica y ciencia teológica”, *Revista española de Filosofía Medieval*, 15 (2008), pp. 11-26; e Ignacio VERDÚ BERGANZA, “Thomas Bradwardine y la ciencia del siglo XIV”, en VV. AA., *Actas del I Congreso de Filosofía Medieval*, Zaragoza, 1992, pp. 499-506.



Selección de imágenes para el estudio de la Geometría  
*Geometria speculativa*, Thomas Bradwardine (París, 1495)

En el ámbito hispano, el primer matemático propiamente dicho es el zaragozano Pedro Sánchez Ciruelo (1470-1548), maestro de Teología y Astronomía en París, Alcalá y Salamanca. En su *Apotelesmata Astrologiae* (1521) explica que la ciencia matemática proporciona un modelo de conocimiento y conclusiones basadas en la máxima certeza.<sup>74</sup> En una clasificación de las Matemáticas diferencia entre:

- Matemáticas puras: son totalmente ciertas y abarcan temas relacionados con los números, líneas y superficies. Se trata de la Aritmética y la Geometría.
- Matemáticas mixtas: admiten opiniones y divergencias pese a ser igualmente demostrables. Se engloban en ella la Música, la Perspectiva y la Astronomía.

Su primera obra publicada es *Tractatus Arithmeticae practicae* (París, 1495), predecesora de *Cursus quattuor Mathematicarum Artium Liberalium* (Salamanca, 1516). La obra recopila las enseñanzas de los matemáticos antiguos (Pitágoras y Galeno), de los musulmanes traducidos al romance y de los eruditos europeos (Leonardo de Pisa, Grosseteste y Bradwardine) con objeto de disponer de un curso completo sobre Matemáticas. En los años centrales del siglo XVI, Juan Martínez Silíceo, Juan Pérez de Moya y Pedro Núñez prosiguen con la tradición de Ciruelo con nuevos tratados de Aritmética y Geometría, de escasa originalidad pero indispensables por la transmisión del saber.

El plan de estudios de las Matemáticas está relacionado con el cálculo de cantidades y medidas. Mientras que la Aritmética enseña a numerar unidades, la Geometría permite mensurar y conocer las proporciones de los objetos.<sup>75</sup>

<sup>74</sup> Vid. José María LORENTE PÉREZ, *Biografía y análisis de las obras de Matemática pura de Pedro Sánchez Ciruelo*, Madrid, 1921, pp. 89 y ss.

<sup>75</sup> Vid. *Glosa castellana...*, p. 474 y *Doctrina Pueril*, p. 283 y s.

ARITMÉTICA

“La Aritmética es multiplicar sumas en sumas, y muchos en mucho y diversos números en un mucho. Por esta arte multiplica uno un número par con otro también par, y uno impar con otro para hacerlo par, pues el número par se multiplica mejor que el impar”.

GEOMETRÍA

“La Geometría es un tratado de las formas inmóviles, multiplicadas en número por el pensamiento humano [...] Por esta arte se conoce la altura y lejanía de los montes altos; y por las medidas que el pensamiento humano puede imaginativamente multiplicar se conoce la grandeza de Dios, que es mayor que todo el mundo”.

Al leer los tratados mencionados más arriba podemos esbozar un temario basado en la numeración y las relaciones numéricas para centrarnos a continuación, en el caso de la Aritmética, en el cómputo básico o *espeçias* (sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, porcentajes, regla de tres y fracciones) y complejo (ecuaciones, matrices y álgebra), y en el de la Geometría en el cálculo de las dimensiones y medidas de figuras planas y voluminosas. En *Visión deleitable de Filosofía* se esquematiza así su contenido:<sup>76</sup>

“El punto, la línea y la superficie de los triángulos equilátero, escaleno e isósceles; las figuras cuadrangulares, pentagonales y hexagonales, los cuerpos llamados *vicocedion* — poliedros— que son de muchos ángulos y muchas superficies”.  
“La capacidad de las figuras circulares, el movimiento de los cuerpos esféricos, cuadrados, *colunares* —conos— y piramidales, y la ligereza y tardanza en los movimientos de aquellos”.

De manera más precisa, Euclides concreta trece lecciones en su obra:

- Líneas paralelas y perpendiculares, ángulos y figuras. El triángulo equilátero. El Teorema de Pitágoras.
- Sumas de segmentos rectangulares. Ecuaciones de segundo grado.
- Propiedades del círculo.
- Triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos y hexágonos. Su inscripción en el círculo.
- Proporciones.
- Semejanzas de triángulos, Teorema de Thales y los ángulos en el círculo. Resolución de ecuaciones de segundo grado mediante la Geometría pura.
- Números enteros y primos. El mínimo común múltiplo.
- Progresiones aritméticas y geométricas.
- Números pares e impares (femeninos y masculinos). El infinito.
- Proposiciones geométricas avanzadas.
- Esferas, conos, pirámides, prismas y cilindros: cálculo de volúmenes.
- Esferas, conos, pirámides, prismas y cilindros: cálculo de áreas y diámetros.
- Los sólidos platónicos (poliedros convexos): tetraedros, cubos, octaedros, dodecaedros e icosaedros.

<sup>76</sup> *Visión deleitable...*, p. 30.

Para aplicar los conceptos especulativos, los estudiantes deben proceder a operaciones de cálculo mental y a la resolución de problemas basados en situaciones de la vida cotidiana (reparto de dineros, tasación de precios, tiempos, distancias...).

Al igual que sucede con los tratados de Oratoria, los manuales de Aritmética conocen un impulso con el fenómeno urbano plenomedieval para dar respuesta a las necesidades de grupos profesionales como banqueros, cambistas, prestamistas, artesanos y vendedores diversos.<sup>77</sup> Algunos de estos textos son los anónimos *Arte del algarismo*<sup>78</sup> y *De Arismética*,<sup>79</sup> o ya en el XVI, el *Sumario breve de la practica Arithmethica* del judío Juan de Andrés.<sup>80</sup> Estos trataditos exponen tres cuestiones básicas:

- Breve referencia sobre la utilidad de la Aritmética.
- Explicación del sistema de numeración y de las operaciones de cálculo.
- Resolución de ejercicios y dilemas referidos a compra-ventas, contratación, cambios de monedas, tipos de aleaciones...

Para finalizar, como se ha apuntado más arriba, la Astronomía y la Música también forman parte de las ramas matemáticas del *Quadrivium*. La primera observa los fenómenos celestiales y astrales para calcular distancias, estaciones y meteorologías mediante procedimientos numéricos. La segunda, en cambio, “estudia la diversidad de los instrumentos, la conveniencia de los sonidos, la modulación de las voces, y la proporción y distancia de los números de aquellas”<sup>81</sup>. En su aprendizaje, basado en el manual *De institutione Musica* de Boecio,<sup>82</sup> se distinguen tres partes:<sup>83</sup>

- La armonía: la construcción del acorde y las combinaciones de sonidos.
- La orgánica: estudio de la melodía atendiendo a las alturas y cadencias de sonoras.
- La rítmica (métrica): se encarga de cuidar el ritmo, es decir, la distribución de los sonidos y silencios, sus duraciones y repeticiones.

---

<sup>77</sup> Vid. Betsabé CAUNEDO DEL POTRO y Ricardo CÓRDOBA DE LA LLAVE, “Oficios urbanos y desarrollo de la ciencia y de la técnica en la Baja Edad Media: la Corona de Castilla”, *Norba*, 17 (2004), pp. 41-68; del primer autor, “La formación y educación del mercader”, en José Ignacio DE LA IGLESIA DUARTE (Coord.), *El comercio en la Edad Media*, Logroño, 2005, pp. 417-454; y “La aritmética mercantil castellana en la Edad Media: una breve aproximación”, *Llull. Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 65.30 (2007), pp. 5-19.

<sup>78</sup> Vid. Betsabé CAUNEDO DEL POTRO y Ricardo CÓRDOBA DE LA LLAVE, *El Arte del algarismo. Un libro castellano de aritmética comercial y de ensayo de moneda del siglo XIV*, Salamanca, 2000.

<sup>79</sup> Vid. Betsabé CAUNEDO DEL POTRO, “*De Arismética*. Un manual de aritmética para mercaderes”, *Cuadernos de Historia de España*, 78 (2003), pp. 35-46.

<sup>80</sup> Vid. Betsabé CAUNEDO DEL POTRO, “Un manual de aritmética mercantil de Mosén Juan de Andrés”, *Pecunia*, 8 (2009), pp. 71-96.

<sup>81</sup> *Visión deleitable...*, p. 32.

<sup>82</sup> Vid. Richard HOPPIN, *La música medieval*, Madrid, 2000, p. 36.

<sup>83</sup> Vid. *Vergel de príncipes*, pp. 332 y ss. Ed. PENNA, op. cit., pp. 311-341.

Mención distinta merece la música enseñada en las escuelas corales, vinculada al canto, la diversión y la alabanza a Dios; pese a estos fines también responde a proporciones matemáticas (ritmo, tiempos, acordes...)<sup>84</sup>:

“Música es el arte inventada para ordenar muchas voces que concuerdan en un canto”.

“La Música es un arte por la que tenemos ciencia de cantar y tocar rectamente un instrumento, aprisa y despacio, subiendo y bajando, igualando las notas y las voces [...] Esta arte fue descubierta para que cantando y con instrumentos alabemos a Dios. Esta arte la conocen bien con clérigos que cantar en la Iglesia, y contra los principios de esta arte obran los juglares, que tocan sus instrumentos ante los príncipes por vanidad mundana”.

#### 4. Conclusiones

Las *Artes* integradas en el *Trivium* y el *Quadrivium* conforman la base para el acceso a las facultades superiores del currículum universitario (Medicina, Derecho y Teología). Gracias a los tratados elaborados por los filósofos medievales, los estudiantes poseen útiles herramientas de estudio para aprender a meditar, deducir, pensar y, en suma, alcanzar la verdad. Mientras que en Lógica, Retórica, Aritmética y Geometría se refunden las obras clásicas canónicas, en Gramática se realizan algunas novedades derivadas, a su vez, del empeño humanista de alcanzar la perfección del lenguaje. Los manuales de enseñanza son los de Uguccione da Pisa, Giovanni da Genova, Guarino da Verona y Antonio de Nebrija en el ámbito del lenguaje; Pedro Hispano, Rodolfo Agricola y Ángel Poliziano en el de la Lógica; y Robert Grosseteste, Thomas Bradwardine, Luca Pacioli y Pedro Sánchez Ciruelo en el de las matemáticas.

Como colofón, se señala de manera esquemática los cuatro grandes beneficios que, según el maestro Alfonso de la Torre, aporta este estudio:<sup>85</sup>

- Vencer la ignorancia natural del hombre. Las *Artes* del *Trivium* y *Quadrivium* enseñan a observar la naturaleza y, mediante el uso de la razón, alcanzar el verdadero entendimiento.
- Vislumbrar los engaños del mundo sensible. La Lógica y los cálculos aritméticos ayudan a valorar posibilidades y tomar decisiones adecuadas; igualmente, la Gramática y la Retórica permiten el conocimiento histórico y valorar la veracidad de los discursos escritos u orales.
- Suponer un beneficio para la sociedad. El esfuerzo personal no debe limitarse a la asimilación de conocimientos sino que se deben aplicar mediante el desempeño de oficios útiles para la comunidad.

---

<sup>84</sup> *Doctrina pueril*, p. 284.

<sup>85</sup> *Visión deleitable...*, p. 36.

- Adquirir el hábito de interesarse por las cosas. Las siete *Artes* enseñan al sujeto a indagar, y cada descubrimiento lo conduce a nuevos interrogantes; frente a los intelectuales, los ociosos se regocijan en la vagancia y su propia ineptitud.

“Mejor es ganar sciencia que ganar mucho oro e mucha plata, ca más preciosa es que todas las riquezas e no se pueden a ella comparar todas las cosas deseadas”.

Egidio Romano<sup>86</sup>.

---

<sup>86</sup> *Glosa castellana...*, p. 470.